دكتور مصطفى حسين باهى
دكتور محمود عبد الفتاح عنان

معاملات الارتباط و المقاييس اللامعلمية

النظرية - التطبيق



معاملات الارتباط
و
المقاييس اللامعلمية

النظرية - التطبيق

دكتور / مصطفى حسين باهى
أستاذ علم نفس الرياضية
جامعة المنيا

دكتور / محمود عبد الفتاح عنان
أستاذ علم نفس الرياضية
جامعة حلوان

الطبعة الأولى



مكتبة الأنجلو المصرية
١٦٥ شارع محمد فريد - القاهرة



اسم الكتـــاب : معاملات الارتباط والمقاييس اللامعلميه

المـــؤلـــــف : د مصطفى حسين باهى ، د محمود عبدالفتاح

النـاشـــــر : مكتبة الأنجلو المصرية

الطبـــاعـــة : مطبعة أبناء وهبه حسان

رقـم الإيـداع : ١٥١٩٢ لسنة ٢٠٠١

الترقيم الدولى : I.S.B.N : 977- 05 - 1861- 1



إهـــداء

إلى كل من علمنا الإحصاء وتطبيقاتها

إلى كل زملاء المهنة من مختلف مستوياتهم

إلى الباحثين والدارسين


MOHAMED KHATAB

مقـــدمـة

ورد ذكر علم الإحصاء فى القرآن الكريم بالغرض الذى يستخدم فيه الآن وهو الحصر والعد ، مثل قوله تعالى : « وأحاط بما لديهم وأحصى كل شىء عدداً » ، وقوله تعالى « وإن تعدوا نعمت الله لاتحصوها » .

ويعتبرعلم الإحصاء من العلوم التى تحددها نظريات ثابتة ومعروفة ، إلا أنه فى حقيقة الأمر أحد العلوم التطبيقية ، حيث يمكن استخدام الأدوات والطرق الإحصائية فى تحليل الظواهر الطبيعية والاجتماعية والاقتصادية والوقوف على حقيقة تغيرها ، مع دراسة المؤثرات والعوامل التى تحدد شكل وسلوك هذه الظواهر فى المستقبل إلى جانب إمكانية حصر الموارد المتاحة الطبيعية والبشرية ، ثم توجيهها التوجيه الأمثل نحو خطة متكاملة للتنمية الاقتصادية .

ويهدف هذا الكتاب إنتهاج الأساليب التعليمية فى كيفية استخدام الطرق الإحصائية ، وخاصة من الناحية التطبيقية وبطريقة ميسرة ، وبالإضافة إلى ذلك هناك هدف تعليمى هو معرفة المفهوم الإحصائى ،الذى يكمُن وراء هذه الطرق الإحصائية واختبار البرامج الملائمة ، ثم تفسير نتائج التحليل الإحصائى .

ومن وجهة النظر التعليمية فإن أحسن طريقة لتعلم الطرق الإحصائية هو إجراء الحسابات يدوياً حيث تكتسب خبرة كبيرة فى تطبيق الصيغ الإحصائية على البيانات ، ومعرفة الطريقة التى يتم بها معالجة هذه البيانات وهو ما لم تكتسبه بمجرد إدخال البيانات على الحاسب وتشغيلها . ولكن بعد أن يتم استيعاب المفاهيم الإحصائية ، فإن استخدام الحاسب يجعل من مهمة التحليل الإحصائى عملية بسيطة .

ويتضمن هذا الكتاب المفاهيم والأساليب الإحصائية الشائعةالاستخدام . وبعد دراسة كل أسلوب إحصائى نتطرق إلى دواعى استخدام ذلك الأسلوب ، ثم

الصيغة أو الصيغ الإحصائية التى تستخدم فى حسابه ، مع شرح العمليات الحسابية المستخدمة بمثال مبسط مع تفسير ومناقشة نتائجه .

ونورد مجموعة من التدريبات حتى يمكنك تطبيق ما تعلمته على مجموعة من البيانات والأمثلة غير حقيقة ، وتحتوى على مجوعة صغيرة من البيانات أقل كثيراً مما سوف تواجهه فى حياتك العملية وإجراء الدراسات والأبحاث العلمية ، وذلك بغرض التبسيط واختصار العمليات الحسابية المطلوبة (راجع كراسة التطبيقات الإحصائية «للمؤلف»).

والإحصاء فى اللغة هو العد الشامل ، ويوفر لنا علم الإحصاء وسائل لوصف وتلخيص البيانات التى نحصل عليها من خلال الأبحاث ، وفى وضع احتمال الحصول على بيانات عينة أو عينات من مجتمع حقيقى أو افتراضى ، وفى كشف العلاقة بين فئات المقاييس ، وفى إجراء عمليات التنبؤ .

ويمكن تقسيم علم الإحصاء بصفة عامة إلى نوعين :

١ - **الإحصاء الوصفى** : يمدنا بعدة طرق لتقليل الكميات الكبيرة من البيانات إلى كميات يسهل التعامل معها ووصفها بدقة باستخدام مقاييس النزعة المركزية والتشتت والعلاقات .

وعموماً فإن البحث فى العلوم السلوكية لا يكفى فيه الوصف المجرد للبيانات المأخوذة من عينة أو عدة عينات ، فالعلماء حريصون دائماً على الوصول إلى تعميم النتائج التى يحصلون عليها من العينة على المجتمع الشامل .

وباختصار فإن الإحصاء الوصفى هو طرق إحصائية تستخدم فى تلخيص وعرض بيانات العينات أو المجتمعات .

٢ - **الإحصاء التحليلى** : ويوفر لنا الوسائل التحليلية لتعميم النتائج . مثال ذلك إذا كان لدينا عينتان من الطلاب وتم التدريس لهما بطريقتين مختلفتين ، وأسفرت نتائج كل مجموعة فى الاختبار النهائى عن قيم مختلفة ، فقد يرجع هذا

الاختلاف إلى تباين الوسائل التعليمية أو إلى عوامل الصدفة .

ومن خلال الإحصاء التحليلي أمكن لنا تحديد احتمال أن هذا الاختلاف يرجع إلى الصدفة أكثر منه إلى تأثير الوسائل التعليمية المستخدمة .

وباختصار نجد أن الإحصاء التحليلي هو طرق إحصائية تستخدم فى تعميم النتائج بالنظر إلى صفات وخصائص المجتمعات ، إعتماداً فى ذلك على بيانات العينات المأخوذة من هذا المجتمع .

وتتلخص أهداف الإحصاء التحليلي في :

(أ) تقدير معالم مجهولة عن المجتمع من خلال مشاهدة المقاييس المأخوذة من العينات .

(ب) اختبار فروض الأبحاث متضمنين فى ذلك بيانات العينات .

وسوف نعرض لأهم الوسائل التحليلية المستخدمة فى هذين الهدفين :

١ - الإحصاء كأداة للبحث : فى البداية نؤكد أن الطرق الإحصائية تتعامل مع الأرقام ، أما كيف تم الحصول على هذه الأرقام ، وماذا تعنى ؟، فإنها تقع على عاتق الباحث ؛ فالنتائج الإحصائية التى لها دلالة لا تنتج إلا من خلال دراسات بحثية تمت بعناية ، هنا فى هذه الحالة نعتبر الإحصاء أداة قيمة فى هذا البحث .

فالبحث يعرف عموماً بأنه استقصاء مدروس بغرض كشف العلاقات بين الظواهر ، ولابد من اختيار التصميم المناسب للبحث إذا أردنا الوصول إلى نتائج صالحة . ومشروعات الأبحاث فى العلوم السلوكية تعتمد بدرجة كبيرة على الطرق الإحصائية فى تجميع البيانات وتنظيمها وتحليلها .

وفى الواقع ومع افتراض أن الباحث قد استخدم طرقاً بحثية مناسبة يقوم الإحصاء بغرض تحليل البيانات ، التى توفر الأساس فى دعم أو رفض الفروض البحثية للباحث .

٢ – **الفروض البحثية للباحث** : : إن استخدام الطرق الإحصائية المناسبة يعتبر أمراً حيوياً إذا كانت نتائج البحث سوف يتم تفسيرها بوضوح ودون أى غموض .

وعلى الرغم من أن وظائف الإحصاء الأولية لايمكن أن تظهر دون أن يتم تجميع البيانات ، فإنه من خطأ الباحث أن يتجاهل مهارات ومواهب الإحصائى فى تصميم وإدارة دراسات هذا البحث .

ومن الأهمية بمكان قيام الباحث بوضع الخطط لتنظيم وتلخيص وتحليل البيانات فى الوقت نفسه ، الذى يتم فيه تصميم مشروع البحث . وفى حالة عدم إمكان الباحث إنجاز هذه المهمة فإن ذلك يؤدى إلى استخدام طرق غير ملائمة أو غير مناسبة فى تجميع البيانات ، وينتج عن ذلك كم بيانات لايمكن تحليله بصورة جيدة ، كما أن عدم استخدام التخطيط الإحصائى الجيد قد يصل بالباحث إلى نتائج غير صحيحة أو مضللة .

وبإيجاز فإن هذا الكتاب يقدم عدداً من الأساليب الإحصائية التى تستخدم بصفة عامة فى الدراسات والبحوث ، والتى عن طريقها يمكن أن يحقق الباحث الهدف من البحث ، كما أنه يمكن أن يتحقق من صحة فروضه .

ونرجو من الله سبحانه وتعالى أن يوفقنا فى بداية إنتاجنا العلمى إن شاء الله .

القاهرة فى ٢٠٠١/٩/١٥

مصطفى باهى

محمود عنان

الفصل الأول

متغيرات ومستويات القياس

استخدامات معاملات الارتباط

متغيرات ومستويات القياس

أنواع المقاييس الإحصائية :.

تعد البيانات الإحصائية المكونات الأساسية التى يستخدمها الباحثون فى التحليل الإحصائى ، فالبيان الإحصائي هو قراءة لإحدى مفردات المشاهدات ، ويستخدم تعبير المشاهدة فى أوسع نطاق له . فهو قد يمثل نتائج اختبار الطالب أو نتيجة أحد الأحداث أو استفتاء ما « بنعم أو لا» أو الإجابة عن أسئلة مقابلة شخصية أو نتائج تجربة عملية .

ويتم تحويل المشاهدة إلى قيمة عددية تكون ممثلة لها ؛ حتى يمكن الاستفادة منها فى الوصف والتحليل الإحصائى ، وعادة تكون نتائج التجربة أو البحث فى صورة أعداد تمثل مفردات المشاهدات وتسمى بالبيانات الإحصائية .

فالإجابة الخاصة باستفتاء ما أو تحديد عدد الأهداف التى أحرزها فريق ما ، أو أطوال الطلاب في سنة دراسية ما تعتبر كلها بيانات إحصائية ، والأعداد المكونة لفئات البيانات هى تمثيل كمى لما نشاهده أو نستنتجه من خلال المشاهدات ، وهذه الأعداد قد تنتج باستخدام مقاييس متعددة .

وتوفر لنا أساليب القياس طرق لتحويل المشاهدات أو الاستنتاجات إلى قيم عددية ، يمكن الاستفادة منها .

ومن الأمثلة السابقة يجب أن نعلم أنه توجد مقاييس متعددة يمكن إستخدامها لأغراض مختلفة ، فعدد الأهداف التى أحرزها فريق الكرة ، وأطوال الطلاب ، ونتائج التجربة العلمية تم تحديدها بطرق قياس مختلفة .

وهناك مصطلحات معينة تصف السلوك أو خصائص الظواهر المزمع قياسها، وهذه الخصائص تأخذ قيماً مختلفة ، ولذلك تسمى متغيراً .

مثـــال :

إذا أخذنا فئة درجات الذكاء أو درجات اختبار لقوة عضلات الذراعين فنستطيع أن نقول إن لدينا درجات عن متغير الذكاء أو درجات اختبار ما ، وإذا قمنا بتحديد نوع كل عضو في مجموعة من الأفراد تم اختيارها فيكون لدينا بيانات عن متغير النوع .

فعناصر اللياقة البدنية أو الحركية أو قدرة الكتابة على الآلة الكاتبة يطلق عليها جميعاً متغيرات . وبعض المتغيرات تأخذ قيماً كمية مختلفة ، وبعضها يختلف في نوعيتها ، وعموماً فإن أى خاصية تختلف قيمتها بين أعضاء المجموعة محل القياس تسمى متغيراً .

التعريف ببعض المصطلحات :

البيانات :

هى فئة أو أكثر من الأعداد تمثل قراءة المشاهدات أو القياسات المختلفة .

المتغير :

هو سلوك أو خاصية من الممكن أن تأخذ قيماً مختلفة .

المتغير التابع :

هو النتيجة المتوقع ظهورها بعد معالجة ما ، ومعنى ذلك أنه يتبع أو يعتمد على المعالجة .

المتغير المستقل :

هو المعالجة التى يتوقع أن نحصل منها على نتيجة ما ويعنى ذلك أنه لا يعتمد على النتيجة . والمتغير المستقل فى البحث التجريبى هو السبب والمتغير التابع هو التأثير أو المتغير المستقل هو المعالجة والمتغير التابع هو النتيجة .

السؤال البحثى :

هو السؤال عن العلاقة بين متغيرين أو أكثر .

الفرض البحثي :

يحدد الإجابة المتوقعة للسؤال البحثي .

وكل من السؤال البحثي والفرض البحثي يحتوى على الأقل على متغير مستقل ومتغير تابع .

التعريف الإجرائي :

يوضح معنى المفهوم أو الفكرة بتحديد الإجراءات التى يجب إستخدامها أو تطبيقها لقياس المفهوم ، وهذا النوع من التعريف يعتبر عنصراً أساسياً فى الأبحاث ؛ حيث إن البيانات يجب أن يتم تجميعها فى صورة أحداث ملموسة يمكن ملاحظتها .

والتعريف الإجرائي يشير إلى العمليات ، التى يمكن عن طريقها أن يقيس الباحث مفهوماً ما .

الفرض الإحصائي :

يحدد العلاقة بين المتغيرات فى توزيعات المجتمع وله صيغتان :

(أ) الفرض الصفرى :

وهو فرض إحصائى تحت الاختبار ، فعندما يريد الباحث اختبار أى فرض بحثى ، فإن الخطوة الأولى هى كتابة الفرض فى صيغة الفرض الصفرى التى يمكن اختبار صحتها ، ويفترض الفرض الصفرى دائماً أنه لايوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين المجتمعات المتقاربة، ويكتب دائماً فى صيغة عكسية لما يتوقعه الباحث أو يتنبأ به .

(ب) الفرض البديل :

هو الفرض الذى يظل قائماً عند رفض الفرض الصفرى ، ويعتبر المقابل المنطقى للفرض الصفرى .

والفروض الإحصائية إما أن يكون لها اتجاه معين أو ليس لها اتجاه .

فالفرض ذو الإتجاه هو ذلك الذى يحدد إتجاه النتائج المتوقعة ، وهذا النوع

من العبارات المحددة يتخذ عندما يكون لدى الباحث أسباب واضحة لتوقع علاقة معينة أو اختلاف معين يحدث بين المجموعات ، أما الفرض الذى لايحدد اتجاهاً معيناً للعلاقة المتوقعة أو الاختلاف بين المجموعات فيقال عنه فرض متجه أو ليس له اتجاه معين .

وعند استخدام بعض اختبارات الفاعلية (ذات الدلالة الإحصائية) ، فيجب على الباحث أن يحدد ما إذا كان الاختبار سيكون اختباراً ذا(اتجاه) ، أو اختباراً ذا (إتجاهين) ،فعندما يكون اتجاه الاختلاف بين المجتمعين غير معروف ، فإن الباحث يستخدم الاختبار ذو الإتجاهين ، وهو أكثر حساسية للفروق ذى الدلالة فى أى من الاتجاهين (أكبر وأصغر).

أما استخدام الاختبار ذى الاتجاه الواحد ، فهو أكثر حساسية للفروق ذات الدلالة فى اتجاه واحد فقط (أكبر وأصغر) . ويستخدمه الباحث فقط عندما يكون متأكداً من اتجاه الاختلاف بين المجتمعين ، أو إذا كان مهتماً فقط بالإختلاف في اتجاه معين .

مثال :

نفرض أن باحثاً يقارن درجات اختبار مجموعة من الطلبة تعرضوا لطريقة جديدة من التدريس بدرجات مجموعة أخرى من الطلبة تعلموا بالطريقة المعتادة ، هناك حالتان يمكن للباحث اتباعهما :

أولاً : يمكن استخدام اختبار ذي الاتجاهين لمقارنة درجات المجموعتين ، ويمكن للباحث الإجابة عن سؤالين :

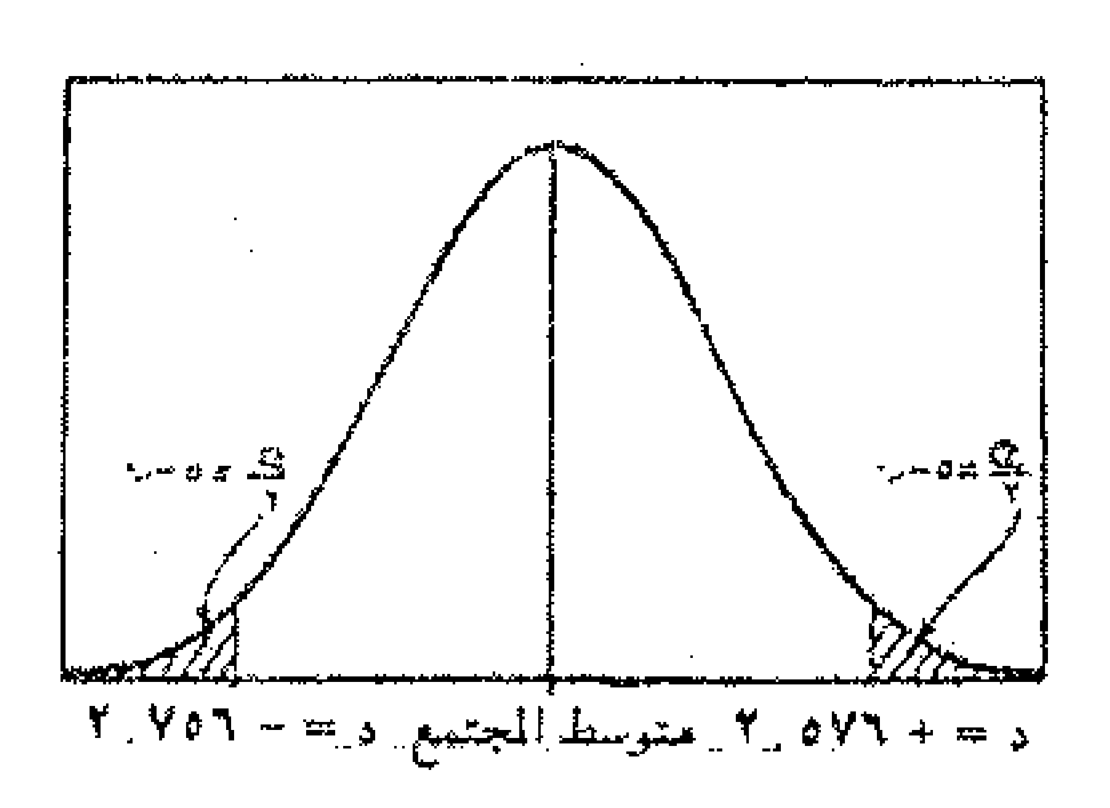
١ - هل الطلبة الذين تعلموا بالطريقة الجديدة كانت درجاتهم أعلى ؟

٢ - هل الطلبة الذين تعلموا بالطريقة المعتادة كانت درجاتهم أعلى ؟

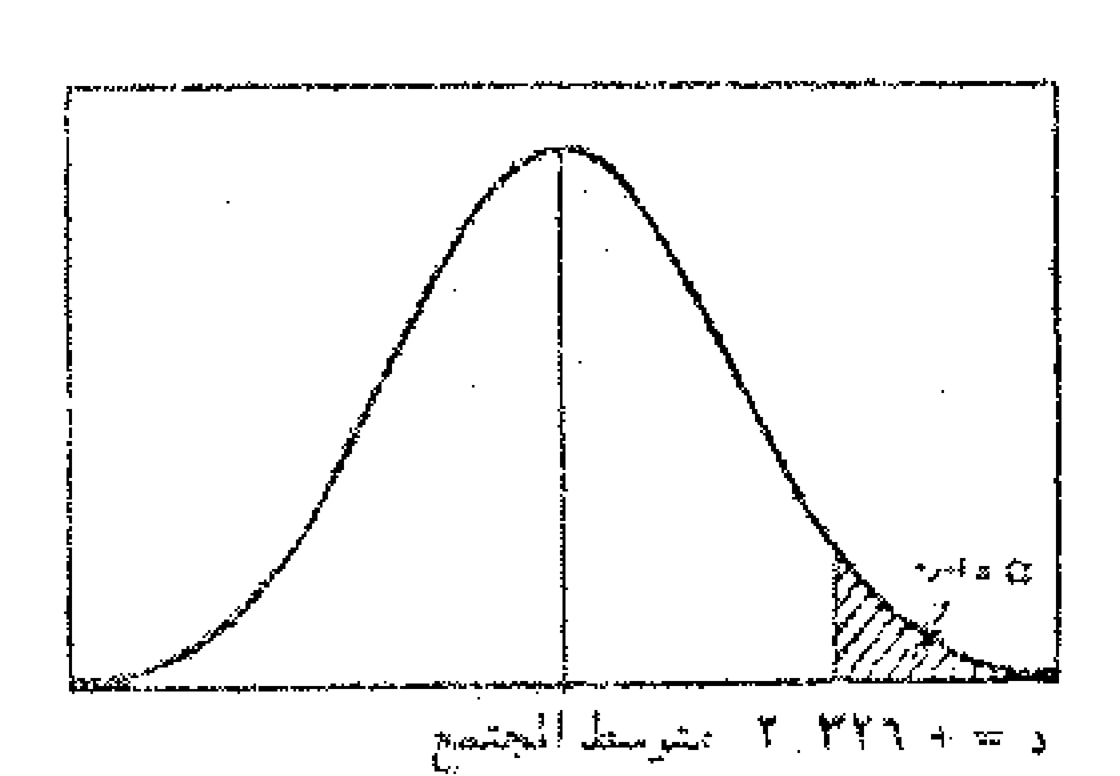
ثانيــاً : يمكن استخدام اختبار ذى اتجاه واحد ، والباحث يستطيع فقط الإجابة عن سؤال واحد :

هل الطلبة الذين تعلموا بالطريقة الجديدة درجاتهم أعلى ؟

ويراعى أنه لو وجد فرق ذو دلالة عند مستوى معين للثقة فى اختبار الإتجاه الواحد ، فإن الفرق نفسه سيكون ذا دلالة مضاعفة عند استعمال اختبار ذى الاتجاهين .



شكل (١ - ١)
اختبار ذو اتجاهين



مستويات القياس :

أنواع القياس المستخدمة فى تحويل المشاهدات إلى بيانات عددية ، وتنقسم عموماً إلى أربع مجموعات ، ويطلق عليها مستويات القياس .

ويعتبر كل من الأربعة مستويات الآتية ذات أهمية خاصة للإحصائيين :

أولاً : القياس الإسمى :

وهذا المستوى من القياس يتضمن تصنيف الأشياء والأشخاص والاستجابات إلى مجموعات . وعلى سبيل المثال يستخدم هذا المقياس فى تصنيف الأفراد طبقاً للنوع ، الانتماء العنصرى .

وفى هذا النوع من القياس ، تعرض كل رؤوس المجموعات ، ثم يتم تحديد عدد المشاهدات التى تقع تحت كل منها .

والمجموعات ليس لها ترتيب منطقى ، وطريقة عرضها فى القائمة ، لا تتضمن أى إختلافات فى البناء الهرمى لها .

مثال :

يمكن تصنيف الأفراد طبقاً لانتماءاتهم السياسية كما فى جدول (١-١).

جدول (١ - ١)

الانتماءات السياسية للأفراد ن = ٢٣

الانتماء السياسى	عدد الأفراد
الحزب أ	٧
الحزب ب	٨
الحزب ج	٣
الحزب د	٣
محايد	٢

فى الجدول (١ - ١) ، يصبح الانتماء السياسى هو المتغير محل الدراسة ، وكل فرد فى المعاينة الافتراضية قد تم وضعه تحت واحدة من هذه المجموعات الخمس .

وعند تطبيق القياس الاسمى لابد أن نتبع القواعد الآتية :

١ - أن تكون قائمة المجموعات شاملة بحيث إنها تغطى كافة المشاهدات محل الدراسة ،فكل مشاهدة لابد أن توضع تحت أى مجموعة من مجموعات القائمة، ولذلك يجب أن تكون هذه المجموعات كافية ، مثال ذلك إذا لم يكن لدينا المجموعة المسماة «المحايدة » فلن نستطيع أن نحصر ضمن الإجابات مفردتين أثناء المعاينة .

٢ - المجموعات يجب أن تكون متنافية تبادلياً ؛ أى أن أوصاف المجموعات لابد أن تحدد بحيث تقع كل مشاهدة تحت مجموعة واحدة فقط ، أى إنه لايجب أن تحتوى المجموعات على أوصاف مشتركة .

٣ - لايجب أن يكون هناك ترتيب ضمنى بين المجموعات، فالرؤوس هى التى تحدد فقط المجموعات المختلفة فى هذا المتغير وترتيب عرضهم اختيارياً ، ولا يحدد أى إختلافات كمية بينهم .

ولسهولة الاقتناع بالنتائج، فإنه يتم إعطاء قيم عددية لهذه المجموعات خاصة إذا كانت البيانات سوف يتم معالجتها بواسطة الحاسب ، ففى المثال السابق يمكن إعطاء الحزب (أ) القيمة (١) والحزب (ب) القيمة (٢) والحزب (ج) القيمة (٣) وهكذا..

ولابد أن نعلم أن هذه القيم أعطيت لغرض التعرف فقط ،دون أن يعنى هذا أن مجموعة ما أفضل من الأخرى .

وهذا الأسلوب فى تجميع البيانات فى مجموعات كثيراً ما يطلق عليهاستخدام المقياس التدريجى ، ولكن فى الحقيقة هذه تسمية خاطئة لأنه لا يوجد

تدريج متضمن فى خاتمة المجموعات .

وإليك أمثلة أخرى يمكن الاستعانة بها عنداستخدام المقياس الاسمى .

جدول (٢ - ١)

توزيعات تكرارية عن البيانات الاسمية

أ		ب		ج	
الديانة	العدد	النوع	العدد	نوع السيارة	العدد
مسلم	٦٠	ذكر	٨٩	مرسيدس	٣
مسيحى	٤٥	أنثى	٤١	بيجو	٥
يهودى	٣٠			فيات	١٢
أخرى	٥				

وخلاصة القول : أن القياس الاسمى يقوم بتصنيف الأشياء والأشخاص أو المشاهدات إلى مجموعات بحيث لايوجد بينهم أى ترتيب . كما أن البيانات هى أعداد تمثل تكرارات الحدوث داخل المجموعات غير المرتبة .

ثانياً : القياس الرتبى :

ويستخدم هذا المقياس عندما لا نستطيع أن نكتشف درجات الاختلاف بين المشاهدات ، ويفترض هذا المقياس وجود ترتيب بين البيانات . وترتب البيانات فى صورة رتب ، ويتم تحديد أعداد ممثلة لتلك الرتب .

مثال ذلك :

إذا رتبنا مجموعة من الطلاب حسب أوزانهم فنعطى الرقم (١) للوزن الثقيل

والرقم (٢) للأقل وزناً وهكذا إلى نهاية الأوزان . وهذا الترتيب يكون فئة مرتبة من القياسات على متغير الوزن .

ويوضح الجدول (٣ – ١) الشكل الذى يمكن أن تكون عليه هذه البيانات المترتبة ، ويجب أن نلاحظ أن هذه الأرقام لا تدل على الفروق بين الأوزان، ولا تدل على وزن كل تلميذ .

فالمقياس الرتبى يدل فقط على مكان كل مفردة بالنسبة للمفردات الأخرى ، وهناك أمثلة أخرى للقياس الرتبى ، مثل : ترتيب فرق كرة القدم ، وترتيب خطوات الإنتهاء من مهمة ما ، الترتيب الذى يضعه المعلم للطلاب حسب مساهمتهم العلمية فى الفصل .

جدول (٣ – ١)

رتب أوزان بعض الطلاب ن = ٥

الاســـــم	الرتبــــة
أحمد	١ (الأثقل وزناً)
على	٢
فؤاد	٣
خالد	٤
سالم	٥ (الأخف وزناً)

وخلاصة القول : أن القياس الرتبى هو عبارة عن ترتيب القياسات أو مجموع المشاهدات ، ووضع أرقام تحدد الرتب . والبيانات هنا هى أرقام تمثل ترتيب المفردات أو القياسات .

ثالثاً : القياس الفترى :

إذا إفترضنا أن الفروق بين وحدات القياس متساوية على طول التدريج ،

فإننا نستخدم فى هذه الحالة القياس بفترة . وفى حالة استخدام الفترات للقياس ، فإن تساوى الفترات أو المسافات بين وحدات التدريج يمثل تساوى الفروق بين الخصائص محل القياس.

وخاصية تساوى الفترات تسمح لنا بإجراء عمليات الجمع والطرح على البيانات من هذا النوع ، وكثيراً من القياسات لاتتحقق فيها هذه الخاصية تماماً . فاختبارات الذكاء يتم التعامل معها فى بعض الأحيان على أنها تدريج فترى وتساوى وحدات الاختبارات لايمثل إضافات متساوية فى الذكاء .

فعلى سبيل المثال : الفرق بين القيمة ١٢٠ و ١٤٠ تمثل زيادة أكبر فى الذكاء من الفرق بين القيمة ١٠٠ و ١١٠ .

وهناك خاصية مميزة لهذا التدريج ، وهى أن نقطة صفر لاتعنى بالضرورة الغياب الكلى للظاهرة محل القياس ومثال ذلك أن الدرجة صفر فى اختبار الإحصاء لاتعنى أن هذا الطالب ليس لديه أى معرفة بعلم الإحصاء ، وكذلك حصول الطالب على الدرجة صفر فى اختبارات القبول لأحد ي الكليات لا يعنى أن هذا الطالب لايصلح لهذه الكلية على الإطلاق .

وعموماً فإن مصمم الاختبار له حرية اختيار الأرقام التى تمثل كل مستوى للأداء ، فالرقم ٤٠٠ قد يمثل متوسط الاختبار تماماً كما لو استخدمنا الرقم ١٠٠

.

وهناك مثال شائع لاستخدام القياس الفترى ، ألا وهو التدريج الفهرنهيتى لقياس درجات الحرارة والتى لا تمثل فيها الدرجة صفر غياب الحرارة تماماً ، ولعل القول بأن الحرارة عند التدريج ١٠٠ ضعف التدريج ٥٠ يعتبر غير دقيق .

وخلاصة القول : أن القياس الفترى هو قياس الظواهر بوضع أرقام للمشاهدات ، والبيانات هى أعداد تمثل فترات بينها كميات متساوية .

رابعاً : القياس النسبى :

وعلى النقيض من القياس الفترى ، نجد أن القياس النسبى هو نقطة الصفر المطلق والتى يبدأ عندها التدريج .

وفى الأحوال التى يمثل فيها الصفر الغياب الكلى للظاهرة، ويتساوى حج وحدات القياس بدءاً من نقطة الصفر ، تمثل بالفعل فروقاً متساوية ، فإننا فى هذه الحالة نستخدم التدريج النسبى للقياس .

والتدريجات النسبية الشائعة هى التى تقيس الوزن ، والزمن ، والارتفا ع ، ومن الممكن أن نقول فى هذه التدريجات إن أحد الأشخاص يزن ضعف وزن شخص آخر ، أو أن الزمن الذى يسجله أحد المتسابقين فى أحد السباقات أربعة أضعاف الزمن الذى يسجله زميله أو منافسه، فالنسب بين هذه القياسات من الممكن تفسيرها . فمثلاً تدريج كيلفن لقياس درجات الحرارة يمثل فيه الصفر الغياب الكلى لدرجة الحرارة ، الدرجة ١٠٠ تعادل ضعف الدرجة ٥٠ فى درجة الحرارة .

وجدير بالذكر أن القليل من المتغيرات فى الدراسات التعليمية والنفسية تستخدم التدريج النسبى فى القياس ، وكذلك أيضاً كثير من القياسات مثل نتائج الاختبارات عادة تتم معاملتها على أنها قياسات فترية .

ويعتبر من الأهمية بمكان قيام الإحصائى بتحديد هل تم الحصول على البيانات بواسطة العد (القياس الاسمى) أو بواسطة الرتب (القياس الرتبى) أو بقياس الكميات (القياس النسبى أو الفترى) ، وذلك لاختلاف الأساليب الإحصائية المستخدمة باختلاف أنوا ع تدريجات القياس .

وسوف نعرض فى هذا الكتاب أساليب إحصائية ملائمة فى الحصول على البيانات باستخدام كل هذه التدريجات .

وسوف نطلق على القياسات بالتدريج النسبى أو الفترى بيانات الفترة ؛ لأنها سوف تكون لهما المعاملة نفسها فى تطبيقات هذا الكتاب .

وخلاصة القول :

أن قياس الظواهر بوضع أعداد للمشاهدات والبيانات هى أعداد ، حين تمثل

الأعداد بين الفترات كميات متساوية ، حيث تمثل نقطة الصفر الغياب الكلى للظواهر محل القياس .

أنواع المتغيرات :

نود الآن أن نتعرف خاصية أخرى من خصائص البيانات الإحصائية ، والتى تؤثر فى طريقة التحليل الإحصائى لها .

ويوجد لدينا نوعين من المتغيرات :

١ - المتغير المتقطع :

هو متغير يفترض أن هناك عدداً محدداً من القيم العددية بين أى نقطتين .

٢ - المتغير المتصل :

هو متغير يفترض نظرياً وجود عدداً لا نهائياً من القيم العددية بين أى نقطتين .

تلخيص البيانات :

تعتبر أولى المهام عندما نحصل على البيانات هى تلخيصها وتنظيمها فى صورة مناسبة للعرض والتحليل .

مثال ذلك :

إذا أخذنا التقديرات التى حصل عليها (٤٠ طالباً) فى مادة الإحصاء وكانت كالتالى :

ممتاز	جيد جداً	مقبول	جيد	مقبول
مقبول	جيد	جيد	ممتاز	مقبول
جيد	مقبول	مقبول	جيد جداً	جيد
جيد جداً	ممتاز	مقبول	جيد	جيد جداً
جيد	جيد جداً	جيد جداً	جيد	جيد جداً
مقبول	جيد	ممتاز	مقبول	جيد
مقبول	مقبول	جيد	ممتاز	ممتاز
جيد جداً	جيد	جيد	جيد	مقبول

ومن الصعب تحديد نمط التقديرات من هذه الفئة من البيانات، ولابد من تنظيمها للحصول على صورة واضحة عن اتجاه التقديرات . ويمكن تحديد القيم التكرارية لكل تقدير ووضعه فى توزيع تكرارى ، كما فى الجدول (٤ – ١)

جدول (٤ – ١)

التقدير	التكرار (ك)
ممتاز	٦
جيد جداً	٨
جيد	١٤
مقبول	١٢

ن = ٤٠

وقد إستخدمنا فى هذا الجدول رمزين إحصائيين ، هما : (ك) وتعنى التكرار، و(ن) تعنى المجموع الكلى للتقديرات.

ويجب أن نلاحظ أن المقياس المستخدم فى جمع البيانات هو المقياس الاسمى حيث لايوجد تدريج هرمى لترتيب تقديرات الطلاب ، وإنما يمكن ترتيب هذه التقديرات بأى ترتيب .

وخلاصة القول : نجد أن التوزيع التكرارى هو جدول يوضح كيف تم توزيع المفردات والقياسات بداخل فئة من المجموعات أو القيم .

الرموز :

ن = العدد الكلى للمفردات أو الدرجات.

ك = تكرار المفردات أو الدرجات .

س = القيمة

والمتغير بالجدول السابق هو متغير متقطع ؛ لأن الطالب يأخذ واحدة من البدائل المتاحة ، ولاتوجد إمكانية فى اختبار يقع بين أثنين من البدائل .

ومن الممكن بعد جمع البيانات أن نرتب هذه التقديرات حسب الأفضلية ، وبالتالى يتحول القياس الاسمى إلى قياس رتبى .

ولنأخذ مجموعة أخرى من البيانات لعدد (١٥ ملاكماً) وقد تم اختبار قوة الساعد الأيمن فى توجيه اللكمات إلى الخصم ، وكانت نتائج الاختبار كالتالى ، كما يوضحها الجدول (٥ – ١) .

جدول (٥ – ١)

قوة الساعد الأيمن ن = ١٥

٢٠	٢٥	٢٠
٢٥	٣٥	٢٥
٣٥	٢٢	٣٥
٢١	٢١	٢٠
٢٠	٢٢	٢٥

ولكى نرى الصورة كاملة حول نتائج هذا الاختبار، فلابد أن نضع توزيع تكرارى لهذه الأوزان .

وسوف نعطى الرمز (س) لقوة الساعد وتكرار هذه القيمة داخل فئة البيانات، نجدها فى عمود (ك) داخل التوزيع التكرارى. كما فى جدول (٦ – ١). ومن الأفضل أثناء إعداد التوزيع التكرارى أن نضع أقل قيمة فى أسفل جدول التوزيع .

جدول (٦ – ١)

التوزيع التكرارى لقوة الساعد الأيمن ن = ١٥

س	ك
٣٥	٣
٢٥	٤
٢٢	٢
٢١	٢
٢٠	٤
١٥	صفر
المجموع	ن = ١٥

وفى علم الإحصاء ، يمثل الرمز (س) قيمة معلومة ، أما فى علم الجبر فإن (س) تعتبر قيمة غير معلومة .

وفى الجدول (٦ – ١) نجد أن كل مفردة لها قيمة معلومة ، والتى يطلق عليها (س) درجة.

وتمثل درجات الاختبارات النفسية قياسات تقع بين التدريج الرتبى والتدريج الفترى ، هذا إلى جانب أن متغيرالقلق يعتبر متغيراً متصلاً من الناحية النظرية :أى

إنه يأخذ أى قيمة على طول خط الأعداد المتصل ، فإذا كانت كل الدرجات المسجلة عند متغير القلق هى أرقام صحيحة (غير كسرية)،فهذا يعكس عدم قدرة الاختبار على اكتشاف الفروق الصغيرة فى مستويات القلق عند الطلاب . والدرجات التى نحصل عليها لمتغير متصل ما هى إلا ناتج عملية تقريب والنهايات الحقيقية لكل درجة تقع بين ٥ , ٠ أكبر أو ٥ , ٠ أقل من القيمة الصحيحة، وذلك يمثل كل قيمة بفترة تقع بداخلها القيمة الحقيقية .

مثال ذلك : الدرجة الحقيقية التى يحصل عليها طالب فى اختبار الذكاء هى ٧٢ تقع فى الفترة بين ٥ , ٧١ ، ٥ , ٧٢ .

وأثناء تعاملنا مع المتغيرات المتصلة، نجد أن الحد الأدنى للفئة يمكن إستخدامه فى حسابات أخرى .

ونرمز للحد الأدنى للفئة بالرمز (ف) فمثلاً «ف» للقيمة ٧١ هى ٥ , ٧٠ وبالنسبة للقيمة ٧٠ هى ٥ , ٦٩ .

وعند إعداد التوزيع التكرارى للقياسات بفترة ،نضع كل قيمة من الأعلى إلى الأدنى فى عمود القيم (س) ، سواء كانت هذه القيمة قد حصلت عليها أى مفردة أم لا.

ففى جدول (٦ – ١) القيمة (١٥) تم وضعها فى الجدول ، رغم أنه لا توجد أى مفردة حصلت على هذه القيمة .

وإذا لم يتم وضع البيانات فى مجموعات فإن التوزيع التكرارى يوضح التكرار (ك) لكل درجة على حدة .

ولعله من المستحب تجميع البيانات على مدى واسع من الدرجات ووضعها فى مجموعات ، تسمى معدل الفئات خاصة إذا أردنا عرض البيانات فى صورة جدولية، أو عرضها بيانياً . وسوف يطلق على المصطلح فصل الفئة لفظ الفئة مباشرة ، وذلك للسهولة ، ويوضح جدول (٧ – ١) توزيع الدرجات حيث يتم جمع كل قيمتين لتكوين كل فئة .

جدول (٧ – ١)

توزيع تكرارى لفئات الدرجات

الفئة (ف)	التكرار (ك)
٢٠ – ٢١	١
١٨ – ١٩	صفر
١٦ – ١٧	٨
١٤ – ١٥	٨
١٢ – ١٣	٥
١٠ – ١١	٢
٨ – ٩	١
المجموع	ن = ٢٥

وعند تجميع الدرجات فى فئات ، فإننا نفقد جزءاً من المعلومات، فمثلاً الجدول (٧ – ١) لدينا (٥) مفردات حصلوا على ١٢ أو ١٣ ، ولكن لا نستطيع أن نحدد هل المفردات الخمس قد حصلوا على ١٢ أو حصلوا على ١٣، أو أن هناك خليطاً من الدرجتين .

وكلما زاد طول الفئة داخل الجدول زادت كمية المعلومات المفقودة.

وإذا كانت البيانات داخل الجدول (٧ – ١) تمثل قياساً لمتغير متصل ، فإن كل فئة لديها قيمة حقيقية كحد أعلى وقيمة حقيقية كحد أدنى .

وخلاصة القول : نجد أن الأرقام الصحيحة هى الأرقام التى لا تحتوى على كسور ، أما الأرقام الحقيقية فهى التى تحتوى على كسور (أرقام عشرية).

والحد الأدنى لكل فئة تكون ٠,٥ أقل من أصغر درجة ، والحد الأعلى لها تكون ٠,٥ أكبر من أعلى درجة فى الفئة ، فالفئة ١٠ – ١١ تتراوح من ٩,٥

١١.٥ والحد الأدنى للفئة ف١ = ٩,٥ . وفى الجدول (٧ – ١) نجد أن القيمة الحقيقية للحد الأدنى والقيمة الحقيقية للحد الأعلى للتوزيع الكلى هى ٧.٥ و ٢١,٥ على التوالى .

وتستخدم مفاهيم الحد الأدنى والحد الأعلى نفسها للمتغيرات المتصلة ، عند عمل التوزيعات التى تستخدم القيم الحقيقية فى بناء فئاتها .

فإذا كا ن لدينا فئة ١٠٢,٥٩ – ١٠٢,٦٠ فإن الحد الأدنى للفئة هو ١٠٢.٥٨٥ والحد الأعلى هو ١٠٢,٦٠٥ .

ويجب أن نلاحظ أن الحدين الأدنى والأعلى يستخدمان فى حالة البيانات التى نحصل عليها من خلال المتغيرات المتصلة من الناحية النظرية .

فإذا كانت البيانات تمثل عدد الأيام التى تغيب فيها التلاميذ عن المدرسة، وهو متغير متقطع فلا نحتاج أن نضع حد أأدنى أو حداً أعلى للبيانات التى حصلنا عليها .

وعلى الرغم من وجود طرق عديدة لعمل توزيعات تكرارية إلا أن الطريقة المتبعة هى جعل الفترات مساوية فى الحجم .

والتوزيعات التكرارية التى تقوم بتلخيص أعداد كبيرة من البيانات ،عادة على أى حال تحتوى من ١٢ إلى ٢٠ فئة .

ففى الجدول (٦ – ١) لدينا ن = ١٥ فقمنا بتكوين سبع فئات .

أما هذا الاختلاف فى أطوال الفئات ، والذى يؤثر مباشرة على التكرارات، وذلك بقسمة التكرار على طول الفئة المقابلة له .

ففى المثال السابق إذا كان لدينا التوزيع التكرارى لفئات الدرجات كالآتى :

جدول (٨ – ١)

الفئة (ف) خانة (١)	التكرار(ك) خانة (٢)	أطول الفئات خانة (٣)	التكرارات المعدلة خانة (٤) = (٢) ÷ (٣)
١٨ – ٢١	١	٤	٠,٢٥
١٦ – ١٧	٨	٢	٤
١٠ – ١٥	١٥	٦	٢,٥٠
٨ – ٩	١	٢	٠,٥
المجموع	ن = ٢٥		

وكما سبق لنا القول ،فإن تجميع البيانات فى فئات يساعدنا أساساً فى عرض البيانات جدولياً أو بيانياً .

وقديماً عندما كانت الحسابات الإحصائية تجرى يدوياً أو بواسطة الآلات الحاسبة ، فإن تجميع البيانات كان بالدرجة الأولى بغرض تسهيل الحسابات .

ولكن مع قدوم الحاسب فإن جميع الحسابات الإحصائية تتم على البيانات الفعلية غير المبوبة .

وفى الواقع فإن برامج الإحصاء على الحاسب تستخدم جميعها بيانات غير مبوبة .

استخدامات معاملات الارتباط

أولاً : التحليل السيكومترى للمقاييس

١ - الثبـــات : Reliability

معناه أن الأختبار موثوق به ويعتمد عليه ، كما يعنى الاستقرار .

ومعامل الثبات يقاس بمعامل ارتباط بين درجات الأفراد فى الاختبار فى مرات الإجراء المختلفة .

الطرق الإحصائية لتعيين معامل الثبات :

(أ) طريقة إعادة التطبيق Test - Retest

فى هذه الطريقة يتم إعادة أداة البحث على نفس أفراد العينة مرتين أو أكثر تحت ظروف متشابهة قدر الإمكان . ثم استخدام معامل الارتباط بين نتائج التطبيق فى المرات المختلفة .

ويشير معامل الارتباط إلى ثبات الأداة .

(ب) طريقة التجزئة النصفية Split - Half

هذه الطريقة من أكثر طرق تعيين معامل الثبات شيوعاً . حيث يطبق الباحث الأختبار أو المقياس أو .... مرة واحدة ، أى يعطى الفرد درجة واحدة عن جميع الأسئلة الفردية ، ودرجة أخرى عن جميع الأسئلة الزوجية ، ثم يحسب معامل الارتباط بين مجموع درجات الأسئلة الفردية ومجموع درجات الأسئلة الزوجية . وفى هذه الطريقة يشير معامل الارتباط إلى ثبات نصف الاختبار فقط . لذا يجب تطبيق معادلة سبيرمان براون وهى $\frac{٢ \times ر}{١ + ر}$ لإيجاد الثبات الكلى للاختبار أو المقياس أو ......

(جـ) طريقة الاختبارات المتكافئة Parallel - Test

وفيها يستخدم الباحث صيغتين متكافئتين للاختبار الذى يطبق على

المجموعة نفسها من الأفراد ثم حساب معامل الارتباط بين مجموع درجتى الصيغتين أو الصورتين .

٢- الصدق : Validity

يشير الصدق إلى «أن الاختبار يقيس ما وضع لقياسه ولا يقيس شيئاً آخر أو بالإضافة له » .

طريقة تعيين معامل الصدق :

(أ) صدق المفهوم أو التكوين Canst-rnct Validity

وهو تحليل لمعني درجات الاختبار في ضوء المفاهيم السيكولوچية ، ويتم ذلك عن طريق :

– الارتباط :

أى الارتباط بين الاختبار واختبار آخر يقيس سمة مختلفة عن السمة الأولى التى يراد معرفة صدقها .

–الاتساق الداخلى Internal Consistency

يؤدى فحص الاتساق الداخلى للاختبار إلى الحصول على تقدير لصدقه التكوينى . وفى هذه الحالة يعين معامل الارتباط نتيجة كل فقرة فى الاختبار على حدة ،مع نتيجة الاختبار بأكمله .

– دراسة ميكانيزمات الأداء على الاختبار Test - Taking Process

وهى دراسة الإجابة عن الاختبار ثم يحسب معامل الارتباط بينها وبين خصائص الأداء فى السمة المقيسة .

(د) التغير فى الأداء Change in performance

وهو دراسة الفروق فى الأداء الخاص بالعينة نفسها من الأفراد على مدى فترات زمنية مختلفة ، عن طريق إيجاد معامل الارتباط بين الدرجات فى الفترات الزمنية المختلفة .

(ب) صدق التعلق بمحك Criterion - Related Validity

وفيه نوعان هما : الصدق التنبؤى Predective Validity

والصدق التلازمي Coucurrent Validity

ويتم ذلك عن طريق معامل الارتباط .

(جـ) الصدق العاملي Factorial Validity

هو قياس وظائف عامة مشتركة من خلال الاختبارات عن طريق التحليل العاملي ، وهو أسلوب إحصائي لعزل هذه الوظائف التى تشترك فى قيامها عدة اختبارات . وتساعد دراسات التحليل العاملي على فهم طبيعة صفات الفرد ، وعلى تزويدنا بأساس مفيد لتصنيف الاختبارات التى توصلنا إليها . والتحليل العاملي يعتمد على الارتباط لإستخراج المصفوفة ، وكذلك التشبعات قبل التدوير وبعد التدوير.

ثانياً : التحقق من صحة الفروض :

ان معامل الارتباط يستخدم في التحقق من صحة الفروض ، من خلال البحوث والدراسات . وفيما يلى بعض أمثلة للفروض التى يستخدم فيها معامل الارتباط :

١ – الفرض البحثى :

– هناك علاقة موجبة بين الإحصاء والرياضيات .

– هناك علاقة سلبية بين المستوى الاقتصادى ومستوى التعليم .

٢ – الفرض الإحصائى :

– يوجد ارتباط موجب بين الإحصاء والرياضيات .

– يوجد ارتباط سالب بين المستوى الاقتصادى ومستوى التعليم .

٣ – الفرض الصفرى :

– لايوجد ارتباط بين الإحصاء والرياضيات .

٤ – الفرض البديل :

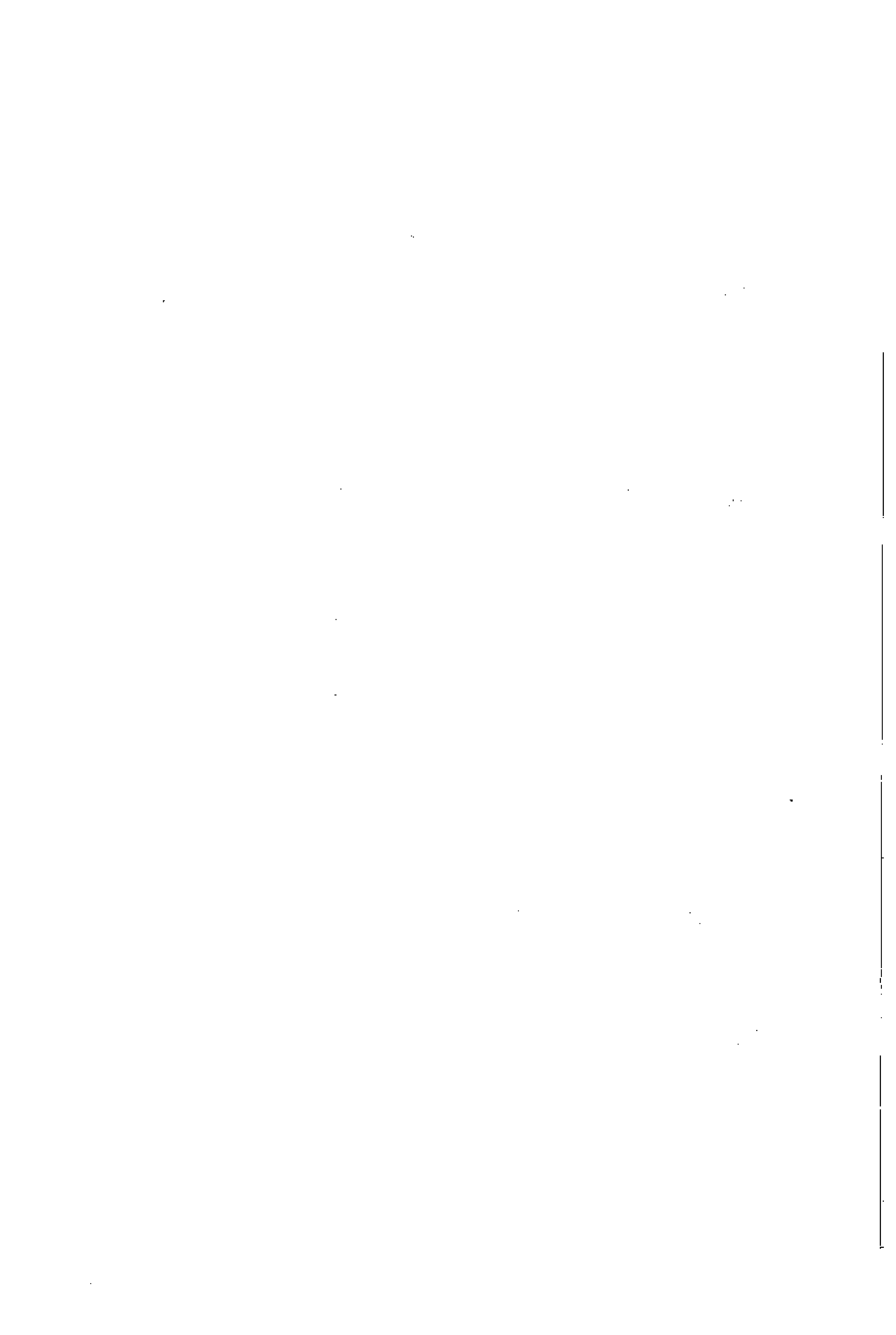
– توجد علاقة بين المسئولية والنجاح فى مهارة الغطس .

الفصل الثانى

الارتباط بين متغيرين كميين

معامل ارتباط بيرسون

معامل ارتباط إيرس



الارتباط CORRELATION

عند تحليل العلاقة بين متغيرين أو أكثر، نسعى عادة إما لمعرفة طبيعة العلاقة بينهما أو درجتها ، ويمكننا تحليل الارتباط من حساب قوة العلاقة بينهما . ويرمز إلى هذا المعامل بالرمز (س) ، وهو قيمة رياضية تبين درجة هذه العلاقة .

ومن البداية يجب أن نعلم أن معنى وجود علاقة بين متغير وآخر لاتستلزم أن يكون أحدهما سبباً أو مسبباً فى وجود الآخر ، وإذا كانت العلاقة بين متغيرين قوية؛ بمعنى أنه إذا تغير أحدهما إلى درجة ما فى اتجاه ما يتغير الآخر فى نفس الاتجاه نفسه وبالدرجة فإن هذه العلاقة تسمى ارتباطاً كاملاً طردياً . أما إذا كانت العلاقة بين المتغيرين تسير فى اتجاهين مختلفين ، وبالدرج نفسه أى بمعنى أنه كلما ازداد المتغير الأول يقل المتغير الثانى بالدرجة نفسها ، فإن هذه تسمى ارتباطاً كاملاً عكسياً .

والعلاقة بين متغيرين يمكن تلخيصها فيما يلى :

١ - ارتباط طردى تام (موجب) نادر الحدوث .

٢ - ارتباط عكسى تام (سالب) نادر الحدوث .

٣ - ارتباط طردى غير تام (موجب).

٤ - ارتباط عكسى غير تام (سالب).

٥ - ارتباط صفرى (لاعلاقى).

ويذكر فؤاد البهى فى هذا المعنى : أن الارتباط فى معناه العلمى الدقيق هو التغير الاقترانى ، أو بمعنى آخر هو النزعة إلى اقتران التغير فى ظاهرة بالتغير فى فى ظاهرة أخرى .

والارتباط يلخص البيانات العددية لأى ظاهرتين فى معامل واحد . ولذا تهدف

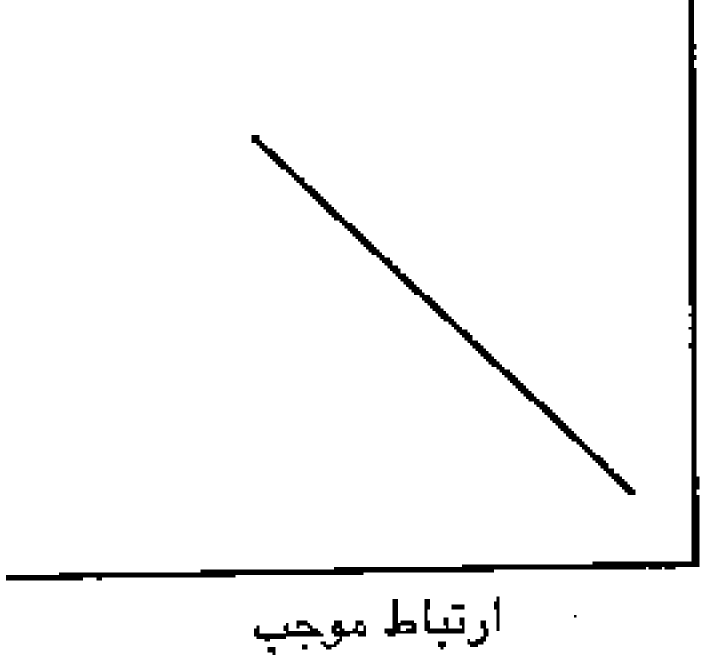
معاملات الارتباط قياس الاقتران القائم بين أى ظاهرتين قياساً علمياً إحصائياً دقيقاً .

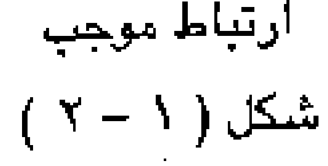
وتقاس العلاقات بين المتغيرين أو أكثر بمقياس حده الأعلى + ١ ، وحده الأدنى – ١ ، فإذا كانت العلاقة بين المتغيرين مطردة تامة ، فإن معامل الارتباط فيها يساوى +١ ، وإذا كانت العلاقة عكسية ، فإنها تتخذ معاملاً = – ١ . وبين هذين الحدين ، توجد علاقات ارتباطية معامل ارتباطها يساوى كسراً إما موجباً أو سالباً على حسب نوع العلاقة ، وهذ هى أكثر وجوداً فى مختلف العلاقات بين متغيرين .

وعند استخدام معامل الارتباط فى قياس العلاقة بين متغيرين صحيحاً إذا كان هذا الارتباط خطياً Linear ؛ أى إنه إذا كان هناك ارتباطاً غير خطى Non - Linear ، فإن المعامل السابق لايصلح . وتقاس هذه الارتباطات غير الخطية بمقاييس أخرى غير معامل الارتباط .

وفى هذا الصدد يذكر كل من يحيى هندام ، محمد الشبراوى أنه يستحسن دائماً قبل البدء فى إثبات وجود علاقة ارتباطية بين متغيرين ، أن يحاول الباحث عمل رسم بيانى يوضح من خلاله انتشار القيم لفائدته الكبيرة ؛ إذ إنه يدل للوهلة الأولى عما إذا كانت العلاقة خطية أو غير خطية ، فإذا كانت العلاقة خطية ، فإنه يمكن استنباط مدى الارتباط بين المتغيرين بطريقة تقريبية ، والأشكال التالية توضح ذلك .

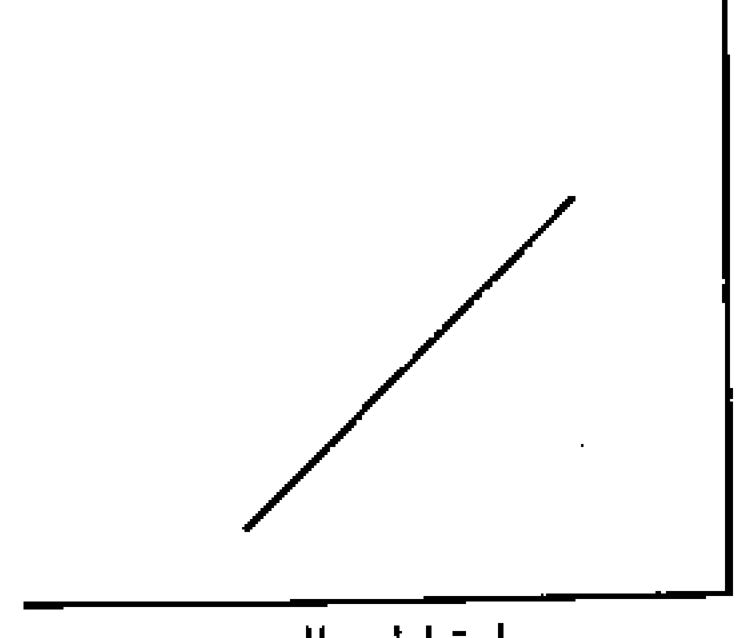
أشكال الانتشار





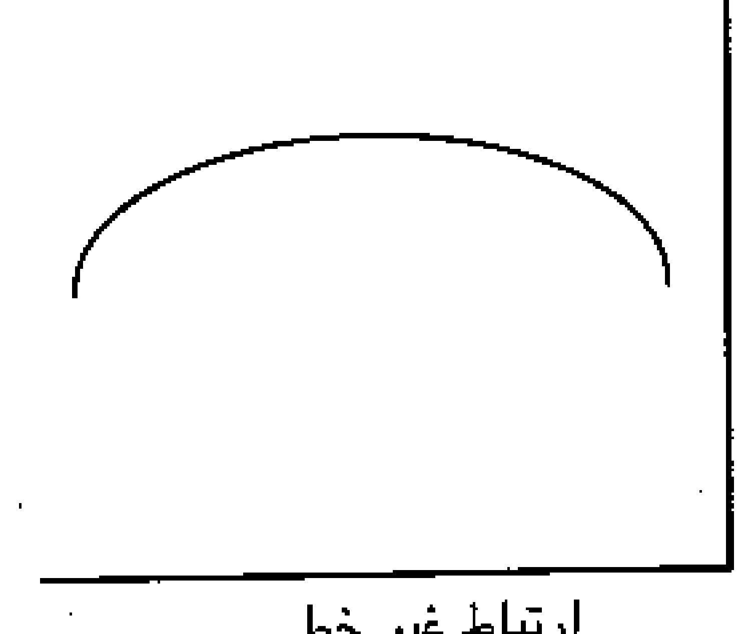
ارتباط موجب

شكل (١ – ٢)



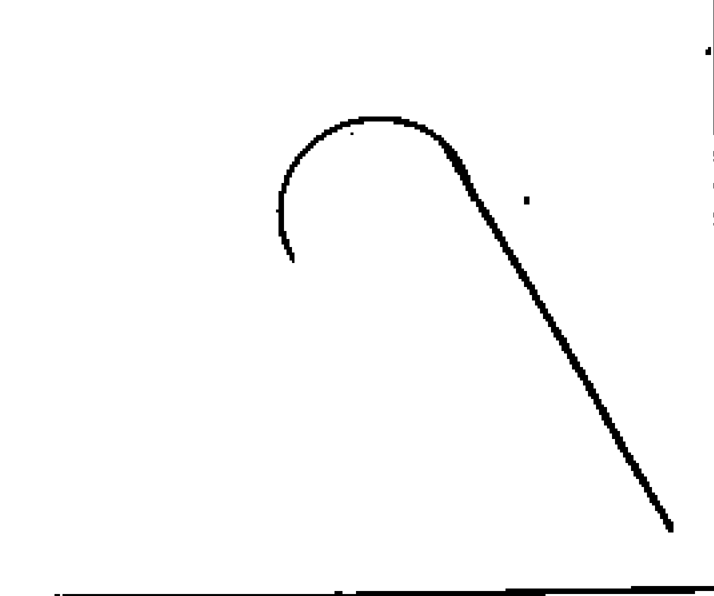
ارتباط سالب

شكل (٢ – ٢)



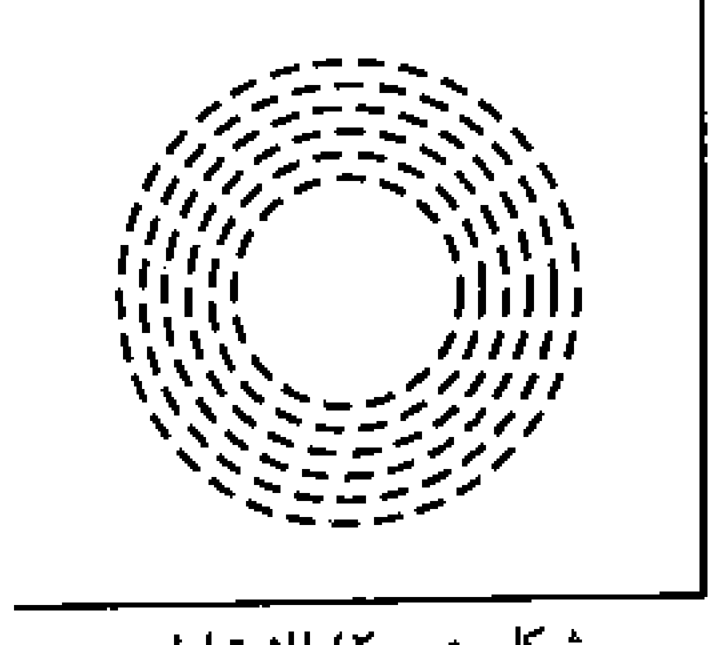
ارتباط غير خطى

شكل (٣ – ٢)

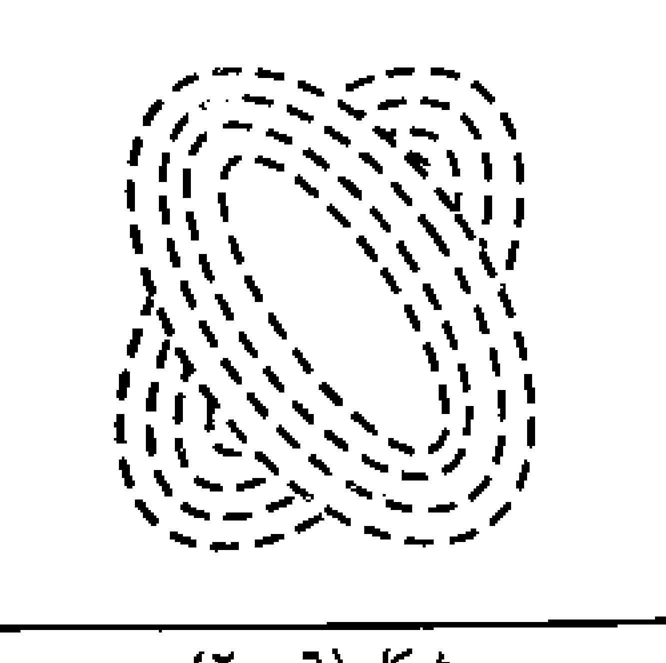


ارتباط سالب غير كامل

شكل (٤ – ٢)



شكل ـ٥ – ٢) الارتباط



شكل (٦ – ٢)

أ – ارتباط موجب غير كامل

ب – ارتباط غير كامل

ويمكن إيجاد معامل الارتباط بعدة طرق ، منها :

١ - الدرجات المعيارية . ٢ - الانحراف المعيارى .

٣ - التباين . ٤ - الدرجات الخام .

٥ - التوزيعات التكرارية .

(أ) - معامل ارتباط بيرسون

١ - إيجاد معامل الارتباط من الدرجات المعيارية :

مثال :اوجد معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص باستخدام الدرجات المعيارية .

قيم س : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٨ ، ٩ .

قيم ص : ١ ، ٤ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٢ ، ٣ ، ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٨ .

الحل :

١ - باستخدام صورة القانون التالية : معامل ارتباط بيرسون .

$$\frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2][\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2]}}$$

ن = عدد الحالات .

مجـ س = مجموع قيم س

مجـ ص = مجموع قيم ص

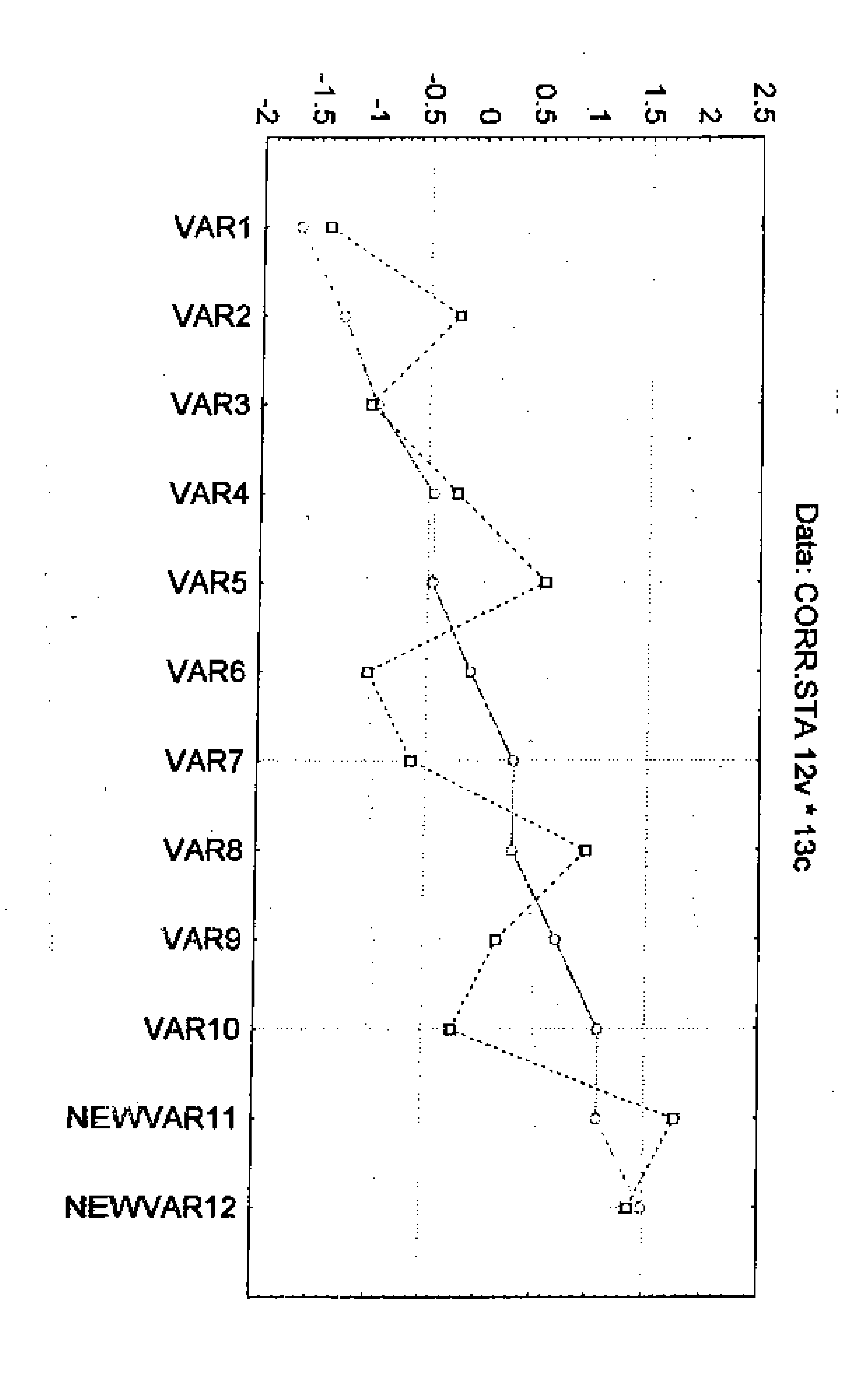
مجـ س^2 = مجموع مربع قيم س

مجـ ص^2 = مجموع مربع قيم ص

مجـ س ص = مجموع ضرب س × ص

درجات الحرية ن - ٢

٢ – رسم الخط البيانى للانتشار ، وإذا كان الانتشار خطيًا ، نكمل بقية الخطوات طبقاً للمعادلة



٢ – تكوين جدول من الأعمدة طبقاً للمعادلة والمطلوب فيها وهى كما يلى :

جدول (١ – ٢)

قيم (س ، ص ، س^{٢} ، ص^{٢} ، س ص)

م	س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س × ص
١	-١,٦٨٢	-١,٤٣٢	٢,٨٢٨	٢,٠٤٩	٢,٤٠٨
٢	-١,٢٨٦	-,٢٣٣	١,٦٥٤	,٠٥٤	,٣٠٠
٣	-,٩٨٠	-١,٠٣٢	,٧٩٣	١,٠٦٥	,٩١٩
٤	-,٤٩٥	-,٢٣٣	,٢٤٥	,٠٥٤	,١١٥
٥	-,٤٩٥	,٥٦٦	,٢٤٥	,٣٢٠	-,٢٨٠
٦	-,٠٩٩	-١,٠٣٢	,٠١٠	١,٠٦٥	,١٠٢
٧	,٢٩٧	-,٦٣٣	,٠٨٨	,٤٠٠	-,١٨٨
٨	,٢٩٧	,٩٦٥	,٠٨٨	,٩٣٢	,٢٨٧
٩	,٦٩٢	,١٦٦	,٤٨٠	,٠٢٨	,١١٥
١٠	١,٠٨٨	-,٢٣٣	١,١٨٤	,٠٥٤	-,٢٥٤
١١	١,٠٨٨	١,٧٦٥	١,١٨٤	٣,١١٤	١,٩٢٠
١٢	١,٤٨٤	١,٣٦٥	٢,٢٠٢	١,٨٦٣	٢,٠٢٦
	مجـ س	مجـ ص	مجـ س^{٢}	مجـ ص^{٢}	مجـ س × ص
	-,٠٠	-,٠٠٠	١١,٠٠	١١,٠٠	٧,٤٧

٤ – الأعمدة المكونة للجدول ، هى :

س ، ص ، س^{٢} ، ص^{٢} ، س ص

٥ ـ تطبيق صورة المعادلة

$$\frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}][\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}]}}$$

$$\frac{\text{١٢} \times \text{٧,٤٧} - (-\text{,٠٠})(\text{,٠٠})}{\sqrt{[\text{١٢} \times \text{١١} - (-\text{,٠٠٠})^{٢}][\text{١٢} \times \text{١١} - (\text{,٠٠})^{٢}]}}$$

$$\frac{\text{٨٩,٦٤}}{\sqrt{[\text{١٣٢ - صفر}][\text{١٣٢ - صفر}]}}$$

$$\frac{\text{٨٩,٦٤}}{\sqrt{\text{١٣٢} \times \text{١٣٢}}}$$

$$\frac{\text{٨٩,٦٤}}{\sqrt{\text{١٧٤٢٤}}}$$

$$\frac{\text{٨٩,٦٤}}{\text{١٣٢}} = \text{,٦٨}$$

درجة الحرية = ١٢ − ٢ = ١٠

قيمة « ر » الجدولية عند مستوى ٠٥, = ٤٧٩,* ‏ ‏ ٥٧٦,**

قيمة « ر » الجدولية عند مستوى ٠١, = ٦٥٨,* ‏ ‏ ٧٠٨,**

---

* اتجاه واحد ‏ ‏ ** اتجاهين

ويعد هذا الارتباط ارتباطاً طردياً ، أى أنه كلما زاد المتغير (س) زاد المتغير (ص) .

جدول (٢ - ٢)

قيم (س ، ص ، س٢ ، ص٢ ، س ص)

م	س	ص	س٢	ص٢	س ص
١	١٦,٨١٨ -	١٤,٣١٦ -	٢٨٢,٨٢٩	٢٠٤,٩٤٨	٢٤٠,٧٦٠
٢	١٢,٨٦٠ -	٢,٣٣١ -	١٦٥,٣٩١	٥,٤٣١	٢٩,٩٧١
٣	٨,٩٠٣ -	١٠,٣٢١ -	٧٩,٢٧٠	١٠٦,٥٢٠	٩١,٨٩٠
٤	٤,٩٤٦ -	٢,٣٣١ -	٢٤,٤٦٦	٥,٤٣١	١١,٥٢٧
٥	٤,٩٤٦ -	٥,٦٦٠	٢٤,٤٦٦	٣٢,٠٣٣	٢٧,٩٩٥ -
٦	,٩٨٩ -	١٠,٣٢١ -	,٩٧٩	١٠٦,٥٢٠	١٠,٢١٠
٧	٢,٩٦٨	٦,٣٢٦ -	٨,٨٠٨	٤٠,٠١٤	١٨,٧٧٣ -
٨	٢,٩٦٨	٩,٦٥٥	٨,٨٠٨	٩٣,٢١٨	٢٨,٦٥٤
٩	٦,٩٢٥	١,٦٦٥	٤٧,٩٥٤	٢,٧٧١	١١,٥٢٧
١٠	١٠,٨٨٢	٢,٣٣١ -	١١٨,٤١٦	٥,٤٣١	٢٥,٣٦٠ -
١١	١٠,٨٨٢	١٧,٦٤٥	١١٨,٤١٦	٣١١,٣٥٦	١٩٢,٠١٥
١٢	١٤,٨٣٩	١٣,٦٥٠	٢٢٠,١٩٦	١٨٦,٣٢٦	٢٠٢,٥٥٤
	مجـ س	مجـ ص	مجـ س٢	مجـ ص٢	مجـ س ص
	,٠٠ -	,٠٠ -	١١,٠٠	١١,٠٠	٧٤٦,٩٨

$$\therefore ر = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2][\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2]}}$$

بالتعويض فى المعادلة نجد مايلى :

$$\frac{١٢ \times ٤٧٦,٩٨ - (,٠٠)(,٠٠)}{\sqrt{[١٢ \times ١١٠٠ - (,٠٠)^٢][١٢ \times ١١٠٠ - (,٠٠)^٢]}}$$

$$\frac{٨٩٦٣,٧٦ - \text{صفر}}{\sqrt{[١٣٢٠٠ - \text{صفر}][١٣٢٠٠ - \text{صفر}]}}$$

$$\frac{٨٩٦٣,٧٦}{\sqrt{١٧٤٢٤٠٠٠٠}}$$

$$\frac{٨٩٦٣,٧٦}{\sqrt{١٣٢٠٠}} = ,٦٨$$

درجة الحرية = ١٢ - ٢ = ١٠

قيمة « ر » الجدولية عند مستوى ٠٥, = ٤٧٩,* ‏ ‏ ‏ ,٥٧٦**

قيمة « ر » الجدولية عند مستوى ٠١, = ٦٥٨,* ‏ ‏ ‏ ,٧٠٨**

---

* اتجاه واحد ‏ ‏ ‏ ** اتجاهين

مثال آخر :

جدول (٣ – ٢)

قيم (س ، ص ، $س^{٢}$ ، $ص^{٢}$ ، س ص)

م	س	ص	$س^{٢}$	$ص^{٢}$	س ص
١	٣٣.١٨٢	٣٥,٦٨٤	١١٠١,٠٧٧	١٢٧٣,٣٤٨	١١٨٤.٠٨٤
٢	٣٧,١٤٠	٤٧,٦٦٩	١٣٧٩,٣٤٥	٢٢٧٢,٣٨٠	١٧٧٠,٤٢٣
٣	٤١,٠٩٧	٣٩,٦٧٩	١٦٨٨,٩٣١	١٥٧٤,٤٣٦	١٦٣٠,٦٧٩
٤	٤٥,٠٥٤	٤٧,٦٦٩	٢٠٢٩,٨٣٣	٢٢٧٢,٣٨٠	٢١٤٧,٦٨٥
٥	٤٥,٠٥٤	٥٥,٦٦٠	٢٠٢٩,٨٣٣	٣٠٩٨,٠١٤	٢٥٠٧,٦٧٩
٦	٤٩,٠١١	٣٩,٦٧٩	٢٤٠٢,٠٥٢	١٥٧٤,٤٣٦	١٩٤٤,٧٠٥
٧	٥٢,٩٦٨	٤٣,٦٧٤	٢٨٠٥,٥٨٨	١٩٠٧,٤٤٧	٢٣١٣,٣٣٣
٨	٥٢,٩٦٨	٥٩,٦٥٥	٢٨٠٥,٥٨٨	٣٥٥٨,٧١٦	٣١٥٩,٧٩٢
٩	٥٦,٩٢٥	٥١,٦٦٥	٣٢٤٠,٤٤٠	٢٦٦٩,٢٣٦	٢٩٤١,٠٠٣
١٠	٦٠,٨٨٢	٤٧,٦٦٩	٣٧٠٦,٦٠٩	٢٢٧٢,٣٨٠	٢٩٠٢,٢١٠
١١	٦٠,٨٨٢	٦٧,٦٤٥	٣٧٠٦,٦٠٩	٤٥٧٥,٨٨٥	٤١١٨.٣٧٦
١٢	٦٤.٨٣٩	٦٣,٦٥٠	٤٢٠٤,٠٥٩	٤٠٥١,٣٣٩	٤١٢٧,٠١٠
	مجـ س ٦٠٠	مجـ ص ٦٠٠	مجـ $س^{٢}$ ٣١١٠٠	مجـ $ص^{٢}$ ٣١١٠٠	مجـ س ص ٣٠٧٤٦.٩٨

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص (مجـ س) (مجـ ص)}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}]\,[\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}]}}$$

بالتعويض فى المعادلة نجد مايلى :

$$\frac{١٢ \times ٣٠٧٤٦,٩٨ - ٦٠٠ \times ٦٠٠}{\sqrt{[١٢ \times ٣١١٠٠ - ٦٠٠^{٢}][١٢ \times ٣١١٠٠ - ٦٠٠^{٢}]}}$$

$$\frac{٣٦٨٩٦٣,٧٦ - ٣٦٠٠٠٠}{\sqrt{[٣٧٣٢٠٠ - ٣٦٠٠٠٠][٣٧٣٢٠٠ - ٣٦٠٠٠٠]}}$$

$$\frac{٨٩٦٣,٧٦}{\sqrt{[١٣٢٠٠][١٣٢٠٠]}}$$

$$\frac{٨٩٦٣,٧٦}{\sqrt{١٧٤٢٤٠٠٠٠}}$$

$$\frac{٨٩٦٣,٧٦}{١٣٢٠٠} = ,٦٨$$

درجة الحرية = ١٢ - ٢ = ١٠

قيمة « ر » الجدولية عند مستوى ٠٥, = ٤٧٩, *   ٥٧٦, **

قيمة « ر » الجدولية عند مستوى ٠١, = ٦٥٨, *   ٧٠٨, **

---

* اتجاه واحد   ** اتجاهين

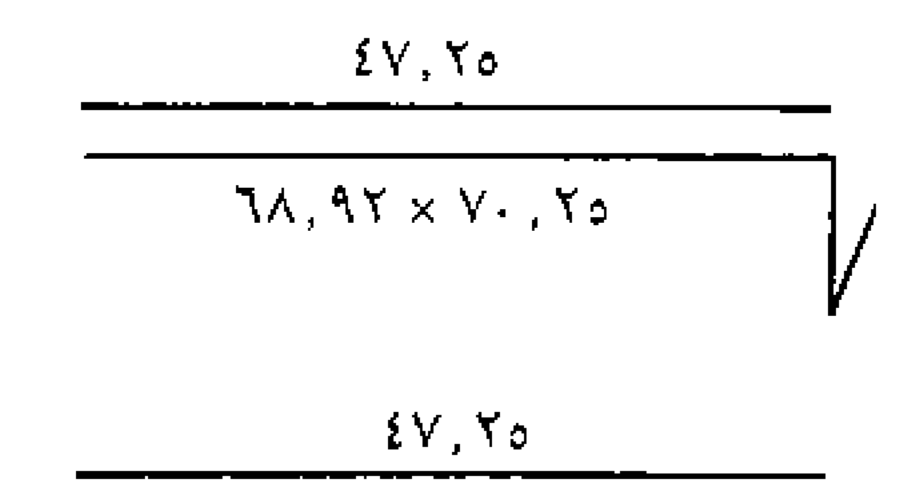
٢ - إيجاد معامل الارتباط من الإنحراف المعيارى :

جدول (٤ - ٢)

م	س	ص	ح س	ح²س	ح ص	ح²ص	ح س ح ص
١	١	١	٤,٢٥٠	١٨,٠٦٣	٣,٥٨٠	١٢,٨١٦	١٥,٢١٥
٢	٢	٤	٣,٢٥٠	١٠,٥٦٣	,٥٨٠	,٣٣٦	١,٨٨٥
٣	٣	٢	٢,٢٥٠	٥,٠٦٣	٢,٥٨٠	٦,٦٥٦	٥,٨٠٥
٤	٤	٤	١,٢٥٠	١,٥٦٣	,٥٨٠	,٣٣٦	,٧٢٥
٥	٤	٦	١,٢٥٠	١,٥٦٣	١,٤٢٠	٢,٠١٦	١,٧٧٥ –
٦	٥	٢	,٢٥٠	,٠٦٣	٢,٥٨٠	٦,٦٥٦	,٦٤٥
٧	٦	٣	,٧٥٠	,٥٦٣	١,٥٨٠	٢,٤٩٦	١,١٨٥ –
٨	٦	٧	,٧٥٠	,٥٦٣	٢,٤٢٠	٥,٨٥٦	١,٨١٥
٩	٧	٥	١,٧٥٠	٣,٠٦٣	,٤٢٠	,١٧٦	,٧٣٥
١٠	٨	٤	٢,٧٥٠	٧,٥٦٣	,٥٨٠	,٣٣٦	١,٥٩٥ –
١١	٨	٩	٢,٧٥٠	٧,٥٦٣	٤,٤٢٠	١٩,٥٣٦	١٢,١٥٥
١٢	٩	٨	٣,٧٥٠	١٤,٠٦٣	٣,٤٢٠	١١,٦٩٦	١٢,٨٢٥
ن ١٢	مجـ س = ٦٣ م = ٥,٢٥	مجـ ص = ٥٥ م = ٤,٥٨		مجـ ح²س ٧٠,٢٥		مجـ ح²ص ٦٨,٩٢	مجـ ح س ح ص ٤٧,٢٥

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{مجـ (ح س × ح ص)}}{\sqrt{\text{مجـ ح}^2\text{س × مجـ ح}^2\text{ص}}}$$

وبالتعويض فى المعادلة نجد مايلى :



$$\frac{٤٧,٢٥}{\sqrt{٤٨٤١,٦٣}}$$

$$\frac{٤٧,٢٥}{٦٩,٥٨} = ,٦٧٩$$

درجة الحرية = ١٢ - ٢ = ١٠

٤ – إيجاد معامل الارتباط من الدرجات الخام :

جدول (٥ – ٢)

قيم (س ، ص ، س^{٢} ، ص^{٢} ، س ص)

م	س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س ص
١	١	١	١	١	١
٢	٢	٤	٤	١٦	٨
٣	٣	٢	٩	٤	٦
٤	٤	٤	١٦	١٦	١٦
٥	٤	٦	١٦	٣٦	٢٤
٦	٥	٢	٢٥	٤	١٠
٧	٦	٣	٣٦	٩	١٨
٨	٦	٧	٣٦	٤٩	٤٢
٩	٧	٥	٤٩	٢٥	٣٥
١٠	٨	٤	٦٤	١٦	٣٢
١١	٨	٩	٦٤	٨١	٧٢
١٢	٩	٨	٨١	٦٤	٧٢
	مجـ س ٦٣	مجـ ص ٥٥	مجـ س^{٢} ٤٠١	مجـ ص^{٢} ٣٢١	س ص ٣٣٦

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص (مجـ س) (مجـ ص)}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}]\,[\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}]}}$$

بالتعويض فى المعادلة نجد ما يلى :

$$\frac{١٢ \times ٣٣٦ - (٦٣)(٥٥)}{\sqrt{[١٢ \times ٤٠١ - (٦٣)^{٢}][١٢ \times ٣٢١ - (٥٥)^{٢}]}}$$

$$\frac{٤٠٣٢ - ٢٤٦٥}{\sqrt{[٤٨١٢ - ٣٩٦٩][٣٨٥٢ - ٣٠٢٥]}}$$

$$\frac{٥٦٧}{\sqrt{٨٤٣ \times ٨٢٧}}$$

$$\frac{٥٦٧}{\sqrt{٦٩٧١٦١}}$$

$$\frac{٥٦٧}{٨٣١,٩٦} = \quad ,٦٧٩$$

درجة الحرية = ١٢ – ٢ = ١٠

وبالرجوع إلى قيمة « ر » المحسوبة نجد أنها أكبر من قيمة « ر » الجدولية عند مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ بالنسبة للاتجاه الواحد و ٠,٠٥ بالنسبة للاتجاهين . ويعنى ذلك أن هناك علاقة بين المتغير س ، ص وهذه العلاقة موجبة .

ب – معامل ارتباط إيرس

$$\frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left[\text{مجـ س}^{٢} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}\right]\left[\text{مجـ ص}^{٢} - \frac{(\text{مجـ ص})^{٢}}{\text{ن}}\right]}}$$

وتستخدم الخطوات السابقة نفسها فى إيجاد مجموع كل من القيم س ، ص، $\text{س}^{٢}$ ، $\text{ص}^{٢}$ ، س ص . ثم تطبيق المعادلة :

ملحوظة : جميع صور المعادلات ١ ، ٢ ، ٣ . تعطى النتائج نفسها .

٥ – إيجاد معامل الإرتباط من البيانات المبوبة (التوزيعات التكرارية):

يمكن حساب معامل الإرتباط من الجداول التكرارية المزدوجة ، حيث تعتمد هذه الطريقة على تجميع اقتران درجات الاختبار الأول (س) ، بدرجات الاختبار الثانى (ص) حتى يمكن تجميع الدرجات المتقارنة ، وذلك لسهولة العمليات الحسابية.

وبمفهوم آخر يمكن للقيم المتقابلة لمتغيرين تعريفها فى جدول مزدوج بحيث تمثل كل علامة من العلامات ، التى توضع فى هذا الجدول فرداً له قيمتان: قيمة بالنسبة للمتغير (س) وقيمة أخرى بالنسبة للمتغير (ص) . وبذلك يمكن تحديد تكرار كل خلية من خلايا الجدول المزدوج .

وبعد إعداد الجدول المزدوج للتوزيع التكرارى يمكن تطبيق المعادلة لإيجاد معامل الارتباط حسابياً .

$$\frac{\text{مجـ س ص ك} - \dfrac{\text{مجـ س ك} \quad \text{مجـ ص ك}}{\text{مجـ ك}}}{\sqrt{\left[\text{مجـ س}^{2}\text{ ك} - \dfrac{(\text{مجـ س ك})^{2}}{\text{مجـ ك}}\right]\left[\text{مجـ ص}^{2}\text{ ك} - \dfrac{(\text{مجـ ص ك})^{2}}{\text{مجـ ك}}\right]}}$$

مثال :

أوجد معامل الارتباط بين س ، ص من خلال جدول التوزيع التكرارى ، المزدوج من خلال البيانات التالية :

جدول (٦ – ٢)

جدول توزيع تكرارى مزدوج لمتغيرين س ، ص

ف س / ف ص	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ – ٦٠	المجموع
٢٠ –	–	٢	٣	٥	١٠	٢٠
٥٠ –	–	–	٧	٧	–	١٤
٨٠ –	٣	–	–	٥	–	٨
١١٠ –	–	–	٤	–	٧	١١
١٤٠ –	٥	–	٥	–	–	١٠
١٧٠ –	٢	١٣	٢	–	–	١٧
٢٠٠ –	٨	٢	–	–	–	١٠
٢٣٠ – ٢٦٠	–	–	–	٨	٢	١٠
المجموع	١٨	١٧	٢١	٢٥	١٩	١٠٠

الحل :

١ – إيجاد التوزيع الهامشى لكل من فئات (س) ، وفئات (ص) كما هو موضح بالجدولين (٧ –٢) ، (٨ – ٢) .

٢ – إيجاد حاصل ضرب س ص ك نقوم بالعمليات الموضحة بالجدول (٧–٤).

٣ – تطبيق المعادلة .

جدول (٧ – ٢)

التوزيع الهامشى لفئات (س)

ف س	ك	س	ح	حَ	حَ ك	حَ٢ ك
١٠-	١٨	١٥	– ٢٠	– ٢	– ٣٦	٧٢
٢٠-	١٧	٢٥	– ١٠	– ١	– ١٧	١٧
٣٠-	٢١	٣٥	صفر	صفر	صفر	صفر
٤٠-	٢٥	٤٥	+ ١٠	+ ١	+ ٢٥	٢٥
٥٠ – ٦٠	١٩	٥٥	+ ٢٠	+ ٢	+ ٣٨	٧٦
المجموع	١٠٠				– ٥٢ / + ٦٢ / +١٠	١٩٠

جدول (٨ – ٢)

التوزيع الهامشى لفئات (ص)

ف ص	ك	س	ح	حَ	حَ ك	حَ٢ ك
٢٠-	٢٠	٣٥	– ٩٠	– ٣	– ٦٠	١٨٠
٥٠-	١٤	٦٥	– ٦٠	– ٢	– ٢٨	٥٦
٨٠	٨	٩٥	– ٣٠	– ١	– ٨	٨
١١٠-	١١	١٢٥	صفر	صفر	صفر	صفر
١٤٠-	١٠	١٥٥	+ ٣٠	+ ١	+ ١٠	١٠
١٧٠-	١٧	١٨٥	+ ٦٠	+ ٢	+ ٣٤	٦٨
٢٠٠-	١٠	٢١٥	+ ٩٠	+ ٣	+ ٣٠	٩٠
٢٣٠-٢٦٠	١٠	٢٤٥	+ ١٢٠	+ ٤	+ ٤٠	١٦٠
المجموع	١٠٠				– ٩٦ / + ١١٤ / +١٨	٥٧٢

جدول (٩ – ٢)

ص \ س	– ٢	– ١	صفر	+ ١	+ ٢	المجموع
– ٣	– –	٢ ٦	٣ صفر	٥ – ١٥	١٠ – ٦٠	– ٦٩
– ٢	– –	– –	٧ صفر	٧ – ١٤	– –	– ١٤
– ١	٣ ٦	– –	– –	٥ – ٥	– –	+ ١
صفر	– –	– –	صفر ٥	– –	٧ صفر	صفر
+ ١	٥ – ١٠	– –	٤ صفر	– –	– –	– ١٠
+ ٢	٢ – ٨	+ ١٣ – ٢٦	٢ صفر	– –	– –	– ٣٤
+ ٣	٨– – ٤٨	٢ – ٦	– –	– –	– –	– ٥٤
+ ٤	– –	– –	– –	٨ ٣٢	٢ ١٦	+ ٤٨
المجموع	– ٦٠	– ٢٦	صفر	– ٢	– ٤٤	– ١٣٢

ولإيجاد قيمة الارتباط ، يمكن تبسيط صورة المعـادلة :

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{\text{مجـ } \acute{ح}_{س}\acute{ح}_{ص}\text{ك} - \dfrac{\text{مجـ } \acute{ح}_{س}\text{ك} \quad \text{مجـ } \acute{ح}_{ص}\text{ك}}{\text{مجـ ك}}}{\sqrt{\left[\text{مجـ } \acute{ح}^{٢}_{س}\text{ك} - \dfrac{(\text{مجـ } \acute{ح}_{س}\text{ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right]\left[\text{مجـ } \acute{ح}^{٢}_{ص}\text{ك} - \dfrac{(\text{مجـ } \acute{ح}_{ص}\text{ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right]}}$$

معامل الارتباط =

$$\frac{- ١٣٢ - \dfrac{(+ ١٠)\ (+ ١١٤)}{١٠٠}}{\sqrt{\left[١٩٠ - \dfrac{(+ ١٠)^{٢}}{١٠٠}\right]\left[٥٧٢ - \dfrac{(+ ١١٤)^{٢}}{١٠٠}\right]}}$$

$$\therefore \quad \frac{- ١٤٣,٤}{\sqrt{١٨٩ \times ٤٤٢,٠٤}}$$

$$\frac{- ١٤٣,٤}{٢٨٩,٠٤} = (- ,٥٠)$$

ويعد هذا الإرتباط ارتباطاً عكسياً يكاد يكون كاملاً ؛ أى أنه كلما زاد المتغير (س) قل المتغير (ص) .

الفصل الثالث

الارتباط بين متغيرين ترتيبين

معامل ارتباط سبيرمان

معامل ارتباط جاما

معامل ارتباط كندال

معامل ارتباط الرتب : **Spearman-Correlation Coefficient**

في بعض الأبحاث والدراسات لايمكن تحديد قيم المتغير أثناء تغيره ، بل يكون من السهل أن يعبر عن مراحل تغيره برتب نسبية ، وبذلك يمكن تحديد القيم بترتيبها الأول ثم الثاني وهكذا إلى آخر متغير.

مثال :

إراد باحث في أحد الأبحاث إيجاد معامل الارتباط بين صفتين من صفات اللياقة البدنية أو النفسية ، وشمل هذا البحث تقدير سبعة أو تسعة أشخاص مثلاً بالنسبة لهاتين الصفتين من تشابه أو اختلاف تقدير مدى الارتباط بين هاتين الصفتين.

ويؤثر ترتيب القيم على قيمة معامل الارتباط ، وسوف نعرض بعض الأمثلة على ذلك .

المثال الأول : أوجد معامل الارتباط للجدول (١ -٣).

جدول (١ - ٣)

س	ص	ترتيب س	ترتيب ص	ف	ف٢
٣٢	٢٠	٨	١	٧	٤٩
٣٥	١٨	٧	٢	٥	٢٥
٤٧	١٧	٦	٣	٣	٩
٤٨	١٤	٥	٤	١	١
٥٠	١٣	٤	٥	١ –	١
٥٣	١٠	٣	٦	٣ –	٩
٥٦	٩	٢	٧	٥ –	٢٥
٦٠	٥	١	٨	٧ –	٤٩
					١٦٨

١ – ترتيب كل من قيم (س) ، قيم (ص).

٢ – إيجاد الفرق بين قيم س ، وقيم ص.

٣ – تربيع الفرق .

٤ – جمع تربيع الفرق .

٥ – تطبيق المعادلة بالصورة .

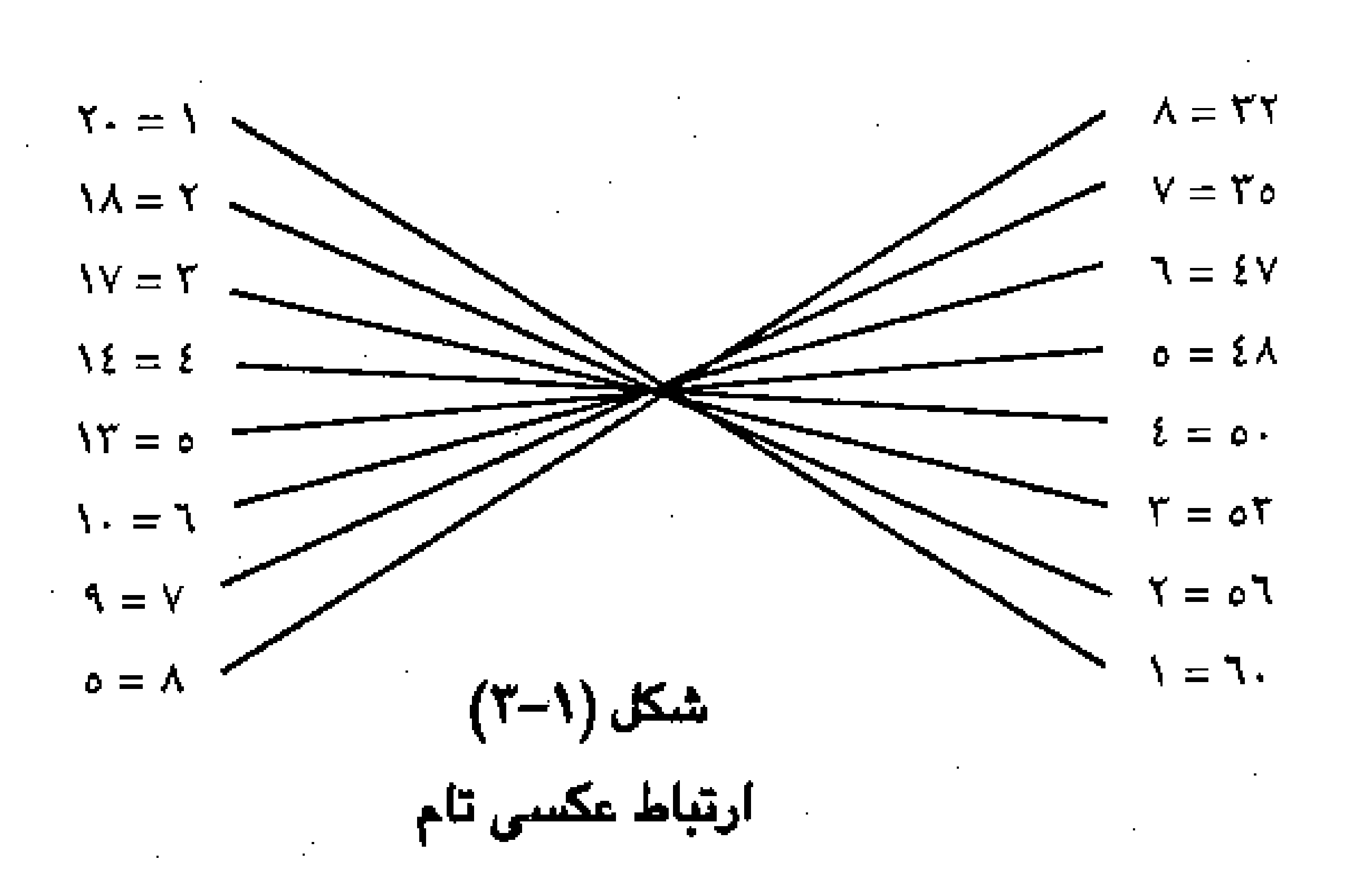
صورة المعادلة	$= ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^{٢}}{ن\,(ن^{٢} - ١)}$ = معامل الارتباط (الرتب)

معامل الارتباط $= ١ - \frac{٦ \times ١٦٨}{٨\,(٨^{٢} - ١)} = ١ - \frac{١٠٠٨}{٨ \times ٦٣} = ١ - \frac{١٠٠٨}{٥٠٤}$

∴ $= ١ - ٢ = (-١)$.

وهذا ارتباط عكسى تام .

ويمكن رسم هذه العلاقة بالشكل التالى :



شكل (١-٣)

ارتباط عكسى تام

المثال الثانى :

اوجد معامل الارتباط للجدول (٢-٣)

جدول (٢ - ٣)

س	ص	ترتيب س	ترتيب ص	ف	ف^{٢}
١٧٥	٧٠	١	١	صفر	صفر
١٧٣	٦٩	٢	٢	صفر	صفر
١٦٧	٦٨	٣	٣	صفر	صفر
١٦٤	٦٥	٤	٤	صفر	صفر
١٦٠	٦٠	٥	٥	صفر	صفر
				٠	١٦٨

∴ معامل الارتباط $= ١ - \frac{٦ \times \text{صفر}}{٥ (٥^{٢} - ١)} = ١ - \frac{\text{صفر}}{٥ \times ٢٤} = ١ - \frac{\text{صفر}}{١٢٠}$

= + ١ .

وهذا ارتباط طردى تام .

ويمكن رسم هذه العلاقة بالشكل التالى :

س الترتيب		الترتيب ص
١٧٥ = ١	———	١ = ٧٠
١٧٣ = ٢	———	٢ = ٦٩
١٦٧ = ٣	———	٣ = ٦٨
١٦٤ = ٤	———	٤ = ٦٥
١٦٠ = ٥	———	٥ = ٦٠

شكل (٢-٣)

ارتباط طردى تام

المثال الثانى :

اوجد معامل الارتباط للجدول (٣-٣)

جدول (٣ – ٣)

س	ترتيب س	ص	ترتيب ص	ف	ف^{٢}
٢١٩	٣	٢٠	٤	١ –	١
٢١١	٤	٢١	٣	١	١
٢٠٤	٧	١٠	٧	صفر	صفر
٢٢٥	١	٢٤	٢	١ –	١
٢٢٤	٢	٢٥	١	١	١
٢٠٨	٦	١٦	٥	١	١
٢٠٩	٥	١٢	٦	١ –	١
					٦

$$\therefore \text{معامل الارتباط} = ١ - \frac{٦ \times ٦}{٧ \left(٧^{٢} - ١ \right)} = ١ - \frac{٣٦}{٧ \times ٤٨} = ١ - \frac{٣٦}{٣٣٦}$$

$$= ,٨٩٣$$

وهذا ارتباط طردى غير تام. ويمكن رسم هذه العلاقة بالشكل التالى :

س	الترتيب	الترتيب	ص
٢١٩	٣	٤	٢٠
٢١١	٤	٣	٢١
٢٠٤	٧	٧	١٠
٢٢٥	١	٢	٢٤
٢٢٤	٢	١	٢٥
٢٠٨	٦	٥	١٦
٢٠٩	٥	٦	١٢

شكل (٣ –٣) ارتباط طردى غير تام

المثال الثانى :

أوجد معامل الارتباط للجدول (٤-٣)

جدول (٤ - ٣)

س	ترتيب س	ص	ترتيب ص	ف	ف^{٢}
٢٧	٣	١٥	١	٢	٤
٢١	٥	١٤	٢	٣	٩
٢٦	٤	١١	٣	١	١
٣٥	١	٨	٤	٣	٩
٣٠	٢	٦	٥	٣	٩
				.	٣٢

$$\therefore \text{معامل الارتباط} = ١ - \frac{٦ \times ٣٢}{٥ \, (٥^{٢} - ١)} = ١ - \frac{١٩٢}{٥ \times ٢٤} = ١ - \frac{١٩٢}{١٢٠}$$

$$١ - ١,٦ = -,٦$$

وهذا ارتباط عكسى تام .

ويمكن رسم هذه العلاقة بالشكل التالى :

س	الترتيب		الترتيب	ص
٢٧	٣		١	١٥
٢١	٥		٢	١٤
٢٦	٤		٣	١١
٣٥	١		٥	٨
٣٠	٢		٤	٦

شكل (٤-٣) ارتباط عكسى غير تام

وفى بعض الأحيان قد يجد بالبحث حالات كثيرة يمكن أن تتكرر فيها الرتب فى المتغير الواحد . وبذلك قد تشترك قيمتان أو أكثر فى رتبة واحدة . وفى هذه الحالة يعطى لهم ترتيب متوسط بينهم .

مثال :

١ - إذا أخذ ثلاثة طلاب تقدير ممتاز فى إحدى المواد الدراسية ، فإن من الطبيعى أن يكون الأول والأول مكرر والأول مكرر ولكن الثلاثة طلاب احتلوا المركز الأول والمركز الثانى والمركز الثالث ، وفى هذه الحالة يتم جمع قيم المراكز الثلاثة ثم يقسم على ثلاثة والناتج يعطى لكل ترتيب هكذا .

$$\frac{١ + ٢ + ٣}{٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

تأخذ الرتبة الأولى ٢ والرتبة الثانية ٢ والرتبة الثالثة ٢

٢ - إذا أخذ خمسة طلاب تقدير جيد جداً فى إحدى المواد الدراسية فإن من الطبيعى أن يكون الرابع مكرر وهكذا ، ولكن الخمسة طلاب أحتلوا المراكز من الرابع حتى المركز الثامن ، وفى هذه الحالة يتم جمع قيم المراكز من ٤ حتى ٨، ويقسم على خمسة ويعطى كل ترتيب القيمة نفسهاهكذا .

$$\frac{٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨}{٥} = ٦$$

ثم القيمة التالية لذلك تأخذ الترتيب التاسع .

مثال ذلك : أوجد معامل ارتباط الرتب لتقديرات عشرة طلاب فى مادتين مختلفتين من خلال البيانات التالية :

مادة الإحصاء : ممتاز - مقبول - جيد - ممتاز - ضعيف - جيد جداً - جيد - جيد - جيد - جيد

مادة الكيمياء : مقبول - مقبول - ممتاز - ممتاز - ضعيف - ضعيف - جيد جداً - جيد - جيد جداً.

الحـــل :

١ – ترتيب قيم س (مادة الإحصاء) ، ترتيب قيم ص (مادة الكيمياء) ثم الفروق بين ترتيب س ، ترتيب ص ، ثم مربع الفروق .

٢ – جمع مربع الفروق ثم تطبيق المعادلة :

جدول (٥–٣)

س	ص	ترتيب س	ترتيب ص	ف	$ف^2$
ممتاز	مقبول	١,٥	٧,٥	-٦	٣٦
مقبول	مقبول	٩	٧,٥	١,٥	٢,٢٥
جيد	ممتاز	٦	٢	٤	١٦
ممتاز	ممتاز	١,٥	٢	-٠,٥	,٢٥
ضعيف	ممتاز	١٠	٢	٨	٦٤
جيد جداً	ضعيف	٣	٩,٥	-٦,٥	٤٢,٢٥
جيد	ضعيف	٦	٩,٥	-٣,٥	١٢,٢٥
جيد	جيد جداً	٦	٤,٥	١,٥	٢,٢٥
جيد	جيد	٦	٦	صفر	صفر
جيد	جيد جداً	٦	٤,٥	١,٥	٢,٢٥
					١٧٧,٥

$$\text{معامل الارتباط} = ١ - \frac{٦ \times ١٧٧,٥}{١٠ (١٠^{٢} - ١)} = ١ - \frac{١٠٦٥}{١٠ \times ٩٩} = ١ - \frac{١٠٦٥}{٩٩٠}$$

$$= ١ - ١,٠٧٦ = -٠,٠٧٦ .$$

وهذا ارتباط عكسى ضعيف .

٢ – معامل ارتباط جاما Gamma - Correlation Coefficient

يستخدم معامل جاما (١) عند تصنيف ازدواج القيم لمتغيرين كثيراً ، ويكون هذا التصنيف فى فئات قليلة العدد ، ويتم ذلك عن طريق صورة المعادلة التالية :

$$ج_م = \frac{ت - ف}{ت + ف}$$

حيث $ج_م$ = معامل ارتباط جاما

مثال : أراد باحث التعرف على العلاقة بين اللياقة البدنية والتدخين . وذلك من خلال جدول التفريغ التالى :

جدول (٦ ـ ٣)

تدخين / لياقة بدنية	غير مدخن	مدخن
لياقة بدنية	٤٥	٤
لياقة منخفضة	٧	٤٠

الحـــل :

١ – استخراج حاصل ضرب لياقة مرتفعة غير مدخن مع لياقة منخفضة مدخن .

كما يلى : ٤٥ × ٤٠ = ١٨٠٠ وهى تمثل ت

٢ – استخراج حاصل ضرب لياقة مرتفعة مدخن مع لياقة منخفضة غير مدخن .

كما يلى : ٤ × ٧ = ٢٨ وهى تمثل ف

(١) معامل جاما قدمه جودمان وسروسكال عام ١٩٥٤ .

٣ – تطبيق المعادلة

كما يلى :

$$ر_{ج م} = \frac{١٨٠٠ - ٢٨}{١٨٠٠ + ٢٨} = \frac{١٧٧٢}{١٨٢٨}$$

= ,٩٧

وهو ارتباط طردى قوى ، ويعنى ذلك وجود علاقة قوية بين اللياقة البدنية وعدم التدخين .

ومعامل ارتباط جاما ينحصر ما بين – ١ ، + ١ ويتدرج كما يلى :

من صفر – ١, ارتباط ضعيف جداً .

أكبر من ١, – ٣, ارتباط ضعيف .

أكبر من ٣, – ٥, ارتباط متوسط .

أكبر من ٥, – ٧, ارتباط ضعيف جداً .

أكبر من ٧, – ١ صحيح سواء بالسالب أو الموجب (ارتباط قوى جداً) .

٣ – معامل إرتباط كندال Kendall - Correlation Coefficient

يستخدم معامل ارتباط كندال فى الحالات التى تعتمد على التكرارات والفئات المختلفة ، والتى لايمكن استخدام معامل ارتباط بيرسون معها ، سواء للدرجات الخام أو الفئات .

ويتم ذلك عن طريق المعادلة التالية:

$$ر_{ك} = \frac{ت - ف}{٠,٥ \, ن \, (ن - ١)}$$

حيث $ر_{ك}$ = معامل ارتباط كندال

مثال : أراد باحث تعرف العلاقة بين النوع (ذكر / أنثى) ومستوى التعليم (عال / متوسط) . وذلك من خلال جدول التفريغ التالى :

جدول (٧ - ٣)

التعليم \ النوع	ذكر	أنثى
عال	٣٠	٢٥
متوسط	٦	٤

الحل :

١ - استخراج حاصل ضرب ذكر تعليم عال مع أنثى تعليم متوسط كما يلى:

٣٠ × ٤ = ١٢٠ . وهى تمثل « ت »

٢ - استخراج حاصل ضرب أنثى تعليم عال مع ذكر تعليم متوسط كما يلى:

٢٥ × ٦ = ١٥٠ وهى تمثل « ف »

٣ - تطبيق المعادلة

كما يلى :

$$\frac{١٢٠ - ١٥٠}{(٦٤)(٦٥)٫٥} = \frac{-٣٠}{٢٠٨٠}$$

= - ٠٫٠٠١

وهو إرتباط سالب ضعيف جداً ، و يعنى ذلك أنه لا توجد علاقة بين النوع (ذكر /أنثى) ، ومستوى التعليم (عال / متوسط) .

الفصل الرابع

الإرتباط بين متغيرين اسميين

معامل ارتباط كرامير

معامل ارتباط لامدا

معامل الارتباط الرباعى

معامل ارتباط كرامير Crarmer - Correlation Coefficient

يستخدم معامل كرامير عندما لايمكن استخدام معامل ارتباط الكمى أو معامل إرتباط الرتب ، فإذا كان هناك متغير عن النوع ذكوراً آناث أو الجنسية مصرى ، يمنى – إنجليزى ... إلى غير ذلك .

لذا يمكن إيجاد الارتباط عن طريق هذا المعامل عن طريق المعادلة التالية :

$$ر_{كم} = \sqrt{\frac{جـ - ١}{ع - ١}} \qquad \sqrt{جـ - ١}$$

$ر_{كم}$ = معامل إرتباط كرامير

$$جـ = \frac{(\text{تكرار كل خلية})^{٢}}{\text{تكرار الصف} \times \text{تكرار العمود}}$$

ع = عدد الصفوف أو الأعمدة أيهما أقل .

مثال :

أوجد معامل الإرتباط بين الجنسين ولون البشرة من خلال البيانات التالية فى الجدول .

جدول (١ – ٤)

البيان	لبنانى	إنجليزى	هندى	المجموع
أبيض	٦٠	٥٠	١٠	١٢٠
أسمر	٣٠	١٠	٥٠	٩٠
المجموع	٩٠	٦٠	٦٠	٢١٠

الحل :

١ – إيجاد قيمة جـ بالطريقة التالية :

$$\frac{\text{مربع التكرار بالخلية}}{\text{مجموع الصف} \times \text{مجموع العمود}} = \frac{٦٠}{١٢٠ \times ٩٠} = \frac{٣٦٠٠}{١٠٨٠٠} = ,٣٣$$

وكما هو موضح بالجدول

جدول (٢ – ٤)

,٣٣ ٦٠	,٣٥ ٥٠	,٠١ ١٠	١٢٠
,١١ ٣٠	,٠٢ ١٠	,٤٦ ٥٠	٩٠
٩٠	٦٠	٦٠	٢١٠

٢ – إيجاد قيمة جـ من حاصل جمع جـ١ ، جـ٢ ، ..... جـن

وهى كالتالى :

,٣٣ + ,٣٥ + ,٠١ + ,١١ + ,٠٢ + ,٤٦ = ١,٢٨

٣ – إيجاد قيمة معامل الارتباط باستخدام المعادلة صورة ( )

وهى كالتالى :

$$\text{ت م} = \sqrt{١,٢٨ - ١} = \sqrt{,٢٨} = ,٣٥$$

وهذا الارتباط ارتباط قوى أى أنه توجد علاقة بين الجنسية ولون البشرة .

ويمكن إيجاد معامل إرتباط كرامير بدلالة كا^{٢} (مربع كا) .

$$ر_{كم} = \sqrt{\frac{\text{كا}^{٢}}{\text{ن} (\text{ع} - ١)}} \qquad \text{صورة}$$

$ر_{كم}$ = معامل إرتباط كرامير

كا^{٢} = معامل مربع كا

ن = عدد التكرارات .

ع = عدد الصفوف أو الأعمدة أيهما أقل.

معامل ارتباط لامدا Lamda - Correlation Coefficient

يستخدم هذا المعامل لايجاد الارتباط بين بعض المتغيرات الاسمية ، ويعتمد على جداول تكرارية مزدوجة، وذلك عن طريق المعادلة التالية :

$$ر_{ل} = \frac{\text{مجـ} \hat{\text{ك}} - \hat{\text{ك}}\text{ص}}{\text{ن} - \hat{\text{ك}}\text{ص}}$$

$ر_{ل}$ = معامل ارتباط لامدا

$\hat{\text{ك}}$ = تكرار الفئة المنوالية لكل فئة من فئات المتغير المقدر س

$\hat{\text{ك}}$ص = تكرار الفئة المنوالية للتوزيع الهامشى للمتغير التابع ص

مثال :

١ - اراد باحث معرفة العلاقة بين مستوى اللياقة البدنية والعمر الزمنى لعينة من الأفراد من خلال البيانات التالية :

(٣ - ٤)

العمر / اللياقة البدنية	١٣ - ١٥	١٦ - ١٨	١٩ - ٢٢	المجموع
ممتاز	٤٠	٢٠	٥	٦٥
جيد	٢٥	٩٠	٩	١٢٤
ضعيف	١٥	٨	١٤٠	١٦٣
المجموع	٨٠	١١٨	١٥٤	٣٥٢

الحل :

١ - جمع الصفوف .

٢ - جمع الأعمدة .

٣ - تطبيق المعادلة .

٤ - جمع فئة ممتاز مع العمر الزمنى ١٣ - ١٥ وهو (٤٠)

+ فئة جيد مع العمر الزمنى ١٦ - ١٨ وهو (٩٠)

+ فئة ضعيف مع العمر الزمنى ١٩ - ٢٢ وهو (١٤٠)

∴ المجموع الكلى = ٢٧٠

٥ - حساب تكرار الفئة المنوالية للتوزيع الهامشى للمتغير التابع ص وهى = ١٦٣

٦ - تطبيق المعادلة على النحو التالى :

$$ك\ ص\ س = \frac{٢٧٠ - ١٦٣}{٣٥٢ - ١٦٣} = \frac{١٠٧}{١٨٩} = ,٥٧$$

∴يوجد ارتباط بين مستوى اللياقة البدنية والعمر الزمنى وهذه العلاقة موجبة

معامل الارتباط الرباعى Tetrachorice Correlation

يستخدم معامل الارتباط الرباعى إذا كان المتغيران المراد معرفة ارتباطهما يعتمدان على التغير الاقترانى القائم بين المقاييس الثنائية ، كما يحدث حين نحاول معرفة ارتباط بند من بنود اختبار فى دور التقنين ببند آخر ، واقتصرت الإجابات

على صح وخطأ أو الدرجة (١ ، صفر) أو كما يحدث حين نحاول حساب معامل الارتباط بين سمات أو متغيرات لايمكن قياسها بطريقة مباشرة ، ولكن من الممكن تصنيف الأفراد فى كل منها تصنيفاً زوجياً .

ويقوم حساب معامل الارتباط الرباعى على الفروض التالية :

١ - أن الدرجات فى مصفوفات هذا الارتباط تتوزع توزيعا اعتدالياً ، سواء كان ذلك فيما يتعلق بالتوزيع الهامشى للتكرار أو داخل خانات المصفوفات .

٢ - أن العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية ، بحيث يمكن أن نتنبأ من أحدهما عن الآخر ، وأن الانحدار خطى .

ويعتمد حساب الارتباط الرباعى على الجدول الرباعى للنسب المختلفة للمقاييس الثنائية ، ويمكننا أن نميز احتمالات أربعة ، ويتضح ذلك من المثال التالى:

مثال : أراد باحث القيام بدراسة على (١٠٠) فرد لتعرف ما يلى :

١ - هل تشعر بقلق إذا تواجدت وسط جماعة ؟

٢ - هل تكره حضور المباريات ؟

وكانت نتيجة الإجابة عن هذين السؤالين ، كما هو موضح فى الجدول المقسم إلى أربع فئات : فئتان لإجابة كل سؤال :

جدول (٤ - ٤)

إجابات الأسئلة على المقياس

(١) / (٢)	نعم	لا	المجموع	النسبة
نعم	٢٠ (أ)	١٥ (ب)	٣٥	٪٣٥
لا	٣٥ (جـ)	٣٠ (د)	٦٥	٪٦٥
المجموع	٥٥	٤٥	١٠٠	
النسبة	٪٥٥	٪٤٥		

حيث إن :

(أ) للذين أجابوا عن السؤالين (نعم).

(ب) للذين أجابوا عن السؤال الأول (لا) والثانى (نعم).

(جـ) للذين أجابوا عن السؤال الأول (نعم) والثانى (لا) .

(د) للذين أجابوا عن السؤالين (لا).

(ن) مجموع الحالات .

(ر ب) معامل الارتباط الرباعى .

(ص) الارتفاع عند نقطة تقسيم المنحنى الاعتدالى بنسبة ٣٥٪ ، ٦٥٪ .

(صَ) الارتفاع عند نقطة تقسيم المنحنى بنسبة ٥٥٪ ، ٤٥٪ . فى المثال الحالى .

والارتباطالرباعى يقوم على أساس حساب أ × د − ب × جـ ، فإذا كان هذا المقدار كبير القيمة ، دل على أن الارتباط قوى والعكس بالعكس .

الحل :

١ − استخدام القانون التالى :

$$\text{ر ب} = \text{جتا} \left[\frac{{}^\circ ١٨٠}{١ + \sqrt{\frac{\text{أ د}}{\text{ب جـ}}}} \right]^{*}$$

٢ − ترجمة الرموز فى الخلايا كالتالى :

أ = ٢٠

ب = ١٥

جـ = ٣٥

د = ٣٠

(*) فؤاد البهى السيد

٣ – تطبيق المعادلة كالتالى :

$$\text{ب جتا ر} = \left[\frac{١٨٠}{١ + \sqrt{\frac{٢٠ \times ٢٠}{٢٥ \times ١٥}}} \right]$$

$$= \left[\frac{١٨٠}{١ + \sqrt{\frac{٦٠٠}{٥٢٥}}} \right]$$

$$= \frac{١٨٠}{٢,٠٧}$$

= جتا ٨٦,٩٦

∴ ر ٠٥,

ويعنى ذلك عدم وجود ارتباط

الفصل الخامس

معامل الارتباط الجزئى

معامل الارتباط الثنائى

معامل الارتباط المتعدد

معامل التوافق

معامل الاقتران (الارتباط بين الصفات)

الفصل الخامس

الارتباط الجزئى Partial Correlati

يذكر فؤاد البهى معنى الارتباط الجزئى ت «تقوم فكرة الارتباط الجزئى على تصميم معنى الارتباط حتى يشتمل على حساب التغير الاقتراتى لأكثر من ظاهرتين أو اختبارين».

وفى هذا النوع من الارتباط يتم حساب الارتباط بين أى اختبارين ، مع عزل الأختبار الثالث ، وتكرر هذه العملية بالنسبة لأى عدد من الأختبارات يطبق عليها هذا النوع من الاختبارات .

ويهدف الارتباط الجزئى تثبيت أثر العوامل المختلفة وذلك بعزلها عزلا إحصائياً ليستطيع الباحث أن يتحكم فى المتغيرات المختلفة التى يقوم ببحثها، وأن يضبطها ضبطا رياضيا دقيقاً .

مثال :

أوجد معامل الارتباط الجزئى بين المتغيرات أ ، ب ، جـ باستخدام معاملات الإرتباط التالية :

معامل الارتباط بين القلق (أ)

مستوى الطموح (ب) = ٨٥,

معامل الارتباط بين القلق (أ) ،

ومفهوم الذات (جـ) = ٦٦,

معامل الارتباط بين مستوى الطموح (ب)

ومفهوم الذات (جـ) = ٢٤,

الحل :

١ - استخدام صورة القانون التالية :

ر أ ب . جـ = (ر أ ب − ر أ جـ × ر ب جـ) ÷ √ [١ − (د أ جـ)^٢] [١ − (ر ب جـ)^٢]

ر أ جـ . ب = (ر أ جـ − ر أ ب × ر ب جـ) ÷ √ [١ − (د أ جـ)^٢] [١ − (ر ب جـ)^٢]

ر ب جـ . أ = (ر ب جـ − ر أ ب × ر أ جـ) ÷ √ [١ − (د أ جـ)^٢] [١ − (ر ب جـ)^٢]

٢ ر بين أ ب = ٨٥,

ر بين أ جـ = ٦٦,

ر بين ب جـ = ٢٤,

٣ – تطبيق صورة المعادلة

$$\text{ر أب.جـ} = \frac{\text{,٨٥} - \text{,٦٦} \times \text{,٢٤}}{\sqrt{[\text{١} - (\text{,٦٦})^{\text{٢}}][\text{١} - (\text{,٢٤})]}}$$

$$= \frac{\text{,٨٥} - \text{,١٦}}{\sqrt{[\text{١} - \text{,٤٤}^{\text{٢}}][\text{١} - \text{,٢٤}]}}$$

$$\frac{\text{,٦٩}}{\sqrt{\text{,٥٦} \times \text{,٩٤}}}$$

$$\frac{\text{,٦٩}}{\sqrt{\text{,٥٣}}}$$

$$\frac{\text{,٦٩}}{\text{,٧٣}} = \text{,٩٤}$$

$$\text{ر أجـ.ب} = \frac{\text{,٦٦} - \text{,٨٥} \times \text{,٢٤}}{\sqrt{[\text{١} - (\text{,٨٥})^{\text{٢}}][\text{١} - (\text{,٢٤})^{\text{٢}}]}}$$

$$= \frac{\text{,٦٦} - \text{,٢٠}}{\sqrt{[\text{١} - \text{,٧٢}][\text{١} - \text{,٠٦}]}}$$

$$= \frac{\text{,٤٦}}{\sqrt{\text{,٢٨} \times \text{,٩٤}}}$$

$$\frac{\text{,٤٦}}{\sqrt{\text{,٢٦}}}$$

$$\frac{\text{,٤٦}}{\text{,٥١}} = \text{,٩٠}$$

$$\text{ر ب جـ . أ} = \frac{\text{,٢٤} - \text{,٨٥} \times \text{,٦٦}}{\sqrt{[\text{١} - (\text{,٨٥})^{\text{٢}}][\text{١} - (\text{,٦٦})^{\text{٢}}]}}$$

$$= \frac{\text{,٢٤} - \text{,٥٦}}{\sqrt{[\text{١} - \text{,٧٢}][\text{١} - \text{,٤٤}]}}$$

$$= \frac{-\text{,٣٢}}{\sqrt{\text{,٢٨} \times \text{,٥٦}}}$$

$$\frac{-\text{,٣٢}}{\sqrt{\text{,١٦}}}$$

$$\frac{-\text{,٣٢}}{\text{,٤٠}} = -\text{,٨٠}$$

معامل الإرتباط الثنائي **Bi - Serial Correlation**

يذكر فؤاد البهي أن هذا النوع من الارتباط يهدف قياس التغير الاقتراني القائم بين المقاييس المتتابعة والمقاييس الثنائية . ومن أمثلة ذلك ارتباط درجات أي أختبار بإجابات سؤال ما من أسئلة هذا الاختبار .

ويذكر السيد خيرى استخدام هذا النوع من الترابط ، والتى يتعذر فيها تصنيف أحد المتغيرين إلى فئات عدية محددة المدى ، بينما يتيسر ذلك للباحث فيما يتعلق بالمتغير الآخر. والحالات التى يستخدم فيها الترابط الثنائى هى التى يصنف فيها أحد المتغيرين فى مجموعتين .

ويخضع استخدام معامل الارتباط الثنائي لأنه ينبغي أن يكون مؤسساً علي فرضيين أساسيين :

١- أن يكون كل من المتغيرين متصلا ، ولكن أحدهما قد صنف لسبب ما إلى مجموعتين فقط .

٢ - أن كلا منهما موزع فى المجموعة الأصلية **Population** توزيعاًإعتدالياً.

مثال إيجاد معامل الارتباط الثنائي من البيانات التالية :

فى أحد الابحاث أراد باحث أن يوجد العلاقة بين نمط الجسم للفرد ، ودرجاته فى اختبار السرعة ، وكانت البيانات كما فى الجدول (١- ٥) :

ملحوظة أن نمط الجسم يمكن تمثيله بالشكل التالي:

× ———— × ———— ×
سمين معتدل نحيف

جدول (١ - ٥) العلاقة بين نمط الجسم والسرعة

السرعة / نمط الجسم	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ -	٧٠-٨٠	المجموع
سمين	٥	٧	١٠	١٥	٢٠	١٢	٣٠	٩٩
نحيف	١٧	٢١	١٦	١٤	١٠	٥	٦	٨٩
المجموع	٢٢	٢٨	٢٦	٢٩	٣٠	١٧	٣٦	١٨٨

الحل :

١ - استخراج متوسط المجموعتين مجموعة النمط السمين ومجموعة النمط النحيف ويتمثل فى «م أ ، م ب» .

٢ - استخراج الانحراف المعيارى للمجموعة الكلية أى «ع»، وذلك عن طريق الجدول (٢ - ٥) :

جدول (٢ - ٥)

ف	ك	حَ	ك حَ	ك	حَ	ك حَ
١٠ -	٥	- ٣	- ٥١	١٧	- ٣	- ٥١
٢٠ -	٧	- ٢	- ١٤	٢١	- ٢	- ٤٢
٣٠ -	١٠	- ١	- ١٠	١٦	- ١	- ١٦
٤٠ -	١٥	صفر	صفر	١٤	صفر	صفر
٥٠ -	٢٠	١	٢٠	١٠	١	١٠
٦٠ -	١٢	٢	٢٤	٥	٢	١٠
٧٠ - ٨٠	٣٠	٣	٩٠	٦	٣	١٨
المجموع	٩٩		١٣٤ - ٣٩ ٩٥	٨٩		٣٨ - ١٠٩ - ٧١

$$م_{أ} = ٤٥ - \frac{١٠ \times ٩٥}{١٨٨} = ٣٩,٩٥$$

$$م_{ب} = ٤٥ - \frac{١٠ \times ٧١ -}{١٨٨} = ٤٨,٧٨$$

حيث إن : ٤٥ وهى مركز الفئة

٩٥ مجـ ك حَ

١٠ طول الفئة

١٨٨ المجموع

- ٧١ مجـ ك حَ

جدول (٣ - ٥)

فئات السرعة	ك	ح١٢ -٣	ك ح	ك ح٢
١٠ -	٢٢	٣ -	٦٦ -	١٩٨
٢٠ -	٢٨	٢ -	٥٦ -	١١٢
٣٠ -	٢٦	١ -	٢٦ -	٢٦
٤٠ -	٢٩	صفر	صفر	صفر
٥٠ -	٣٠	١	٣٠	٣٠
٦٠ -	١٧	٢	٣٤	٦٨
٧٠ - ٨٠	٣٦	٣	١٠٨	٣٢٤
المجموع	١٨٨		١٤٨ - ١٧٢ ٢٤	٧٨٥

$$ع = ١٠ \sqrt{\frac{٧٥٨}{١٨٨} - \left(\frac{٤٥}{١٨٨}\right)^٢} = ١٠ \sqrt{٤,٠٣ - ,٠٦}$$

$$= ١٠ \sqrt{٢,٩٧} = ١٠ \times ١,٩٩$$

$$= ١٩,٩$$

اوجد نسبة عدد أفراد المجموعتين إلى أفراد المجموعة الكلية (المجموعتين معاً) ولنرمز لهما بالرمزين أ ، ب

ففى المثال السابق $أ = \frac{٩٩}{١٨٨} = ,٥٣$

$ب = \frac{٨٩}{١٨٨} = ,٤٧$

إيجاد ارتفاع المنحنى الاعتدالى عن نقطة انفصال المجموعتين ، وذلك من جدول المنحنى الاعتدالى ونبحث فى المثال السابق عن الارتفاع عندما تكون

المساحة ٥٢, والمساحة الصغرى ٤٧, وهو يساوى ٤٠, ويرمز لهذا الارتفاع الذى نحصل عليه بالرمز «ص» .

وبالتعويض في القانون :

$$\text{معامل الارتباط الثنائى} = \frac{\text{م أ} - \text{م ب}}{\text{ع}} \times \frac{\text{أ} \times \text{ب}}{\text{ص}}$$

$$\text{أى} = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الانحراف المعيارى للمجموعة الكلية}} \times \frac{\text{حاصل ضرب النسبتين}}{\text{الارتفاع عند نقطة التقسيم}}$$

$$= \frac{\text{٤٧,٧٨} - \text{٣٩,٩٥}}{\text{١٩,٩}} \times \frac{\text{,٤٧} \times \text{,٥٢}}{\text{,٤٠}}$$

$$\frac{- \text{٧,٨٣}}{\text{١٩,٩}} \times \frac{\text{,٢٥}}{\text{,٤٠}}$$

$$- \text{,٣٩} \times \text{,٦٣} = - \text{,٢٥}$$

وهذا الارتباط عكسى .

$$\text{ن} - \text{٢} = \text{١٨٨} - \text{٢} = \text{١٨٦}$$

معامل الارتباط المتعدد Multiple Correlation

يذكر فؤاد إبو حطب وآمال صادق أن معامل الارتباط المتعدد يحدد العلاقة بين متغير واحد (وهو المتغير التابع أو المحك) Dependent Variable ، ومتغيرين أو أكثر Independent Variable ترتبط فيما بينهما بأوزان ذات حد أمثل . وبالطبع فإن الارتباط المتعدد يرتبط بالعلاقات بين المتغيرات المستقلة بعضها ببعض من ناحية وكذلك علاقاتها بالمتغير التابع .

ويمكن استخدام هذه الصورة من المعادلة التالية لاستخراج معامل الارتباط المتعدد :

$$\text{ر}_{١.٢٣} = \frac{\text{ر}^{٢}_{١.٢} + \text{ر}^{٢}_{١.٣} - ٢\,\text{ر}_{١.٢}\,\text{ر}_{١.٣}\,\text{ر}_{٢.٣}}{١ - \text{ر}^{٢}_{٢.٣}}$$

حيث $\text{ر}_{١.٢٣}$ = معامل الارتباط المتعدد بين $\text{س}_{١}$ و$\text{س}_{٢}$ و$\text{س}_{٣}$ معا

حيث $\text{ر}_{١.٢}$ = معامل الارتباط البسيط بين $\text{س}_{١}$ و$\text{س}_{٢}$.

حيث $\text{ر}_{١.٣}$ = معامل الارتباط البسيط بين $\text{س}_{٢}$ و$\text{س}_{٣}$.

حيث $\text{ر}_{٢.٣}$ = معامل الارتباط البسيط بين $\text{س}_{٢}$ و$\text{س}_{٣}$.

مثال :ا

اوجد معامل الارتباط المتعدد بين المتغيرات التالية :

١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

الحل :

١ – إيجاد معاملات الارتباط البسيط بين كل متغير وآخر ويتم ذلك كما يلى :

أ – معامل الارتباط بين ١ ، ٢

ب – معامل الارتباط بين ١ ، ٣

جـ – معامل الارتباط بين ١ ، ٤

د – معامل الارتباط بين ١ ، ٥

هـ – معامل الارتباط بين ٢ ، ٣

و – معامل الارتباط بين ٢ ، ٤

ز – معامل الارتباط بين ٢ ، ٥

ثم لتسهيل ذلك يمكن وضعها فى مصفوفة ، كما فى الجدول (١٤ – ٣).

جدول (٤ – ٥)

مصفوفة الإرتباط بين المتغيرات

المتغيرات	س ١	س ٢	س ٣	س ٤	س ٥
س ١	–	,٣٧	,٥٥	,٣٢	,٤٣
س ٢	٠,٣٧	–	,٣٣	,٤٣	,٥٧
س ٣	,٥٥	,٣٣	–	,٢٥	,٥٦
س ٤	,٣٢	,٤٣	,٢٥	–	,٦٥
س ٥	,٤٣	,٥٧	,٦٥	,٦٥	–

٢ – تطبق المعادلة كما في الصورة المبينة وهى كالتالى :

$$\text{٣٢٠١ ر} = \frac{\text{/ ٢٠١٢ + / ٢٠٣٢ / ٢٠١ / ٢٠١ / ٣٠٢}}{\text{١ – /٢ ٣٢}}$$

$$\text{/ ٣٢٠١} = \frac{\text{(,٣٧)}^{\text{٢}} + \text{(,٥٥)}^{\text{٢}} + \text{(٢ × ,٣٧ × ,٥٥ × ,٣٣)}}{\text{١ – (,٣٣)}^{\text{٢}}}$$

$$= \frac{\text{,١٤ + ,٣٠ + ,١٣}}{\text{١ – ,١١}}$$

$$= \frac{\text{,٥٧}}{\text{,٨٩}} = \text{,٦٤}$$

وبالحصول على الجذر التربيعى للمقدار السابق ، يكون معامل الارتباط المتعدد مساوياً للقيمة = ,٨٠

وهى قيمة دالة إحصائياً.

معامل التوافق

يستخدم معامل التوافق في حالة الجداول التي يزيد عدد خاناتها عن أربع خانات لدراسة صفات المتغيرين قيد الدراسة ، التي تنقسم إلى أكثر من نوعين .

هذا ويمكن فهم معامل التوافق من خلال الجدول التالي ، الذي يبين توزيع ١٠٠٠ طالب حسب درجات لياقاتهم البدنية المهارات الأساسية .

جدول (٦ – ٥)

المهارات الأساسية / اللياقة البدنية	ضعيف	متوسط	المجموع
ضعيف	٢٥٠	٦٥	٣١٥
متوسط	٨٥	٢٥٠	٣٣٥
جيد	٥٥	٢٩٥	٣٥٠
المجموع	٣٩٠	٦١٠	١٠٠٠

الحل :

١ – إيجاد مربع تكرار كل خانة بالجدول .

٢ – نقسم الناتج على حاصل ضرب مجموع تكرارات العمود الذي به الخانة في مجموع تكرارات الصف الذي بهالخانة نفسها أيضاً .

٣ – نجمع خوارج القسمة ونفرض أن مجموعها يساوي جـ.

٤ – نستخرج معامل التوافق من المعادلة :

$$\text{معامل التوافق} = \frac{\text{جـ} - 1}{\text{جـ}}$$

$$حـ = \frac{(٢٥٠)^٢}{٣٩٠} + \frac{(٦٥)^٢}{٦١٠} + \frac{(٨٥)^٢}{٣٩٠} + \frac{(٢٥٠)^٢}{٦١٠} + \frac{(٥٥)^٢}{٣٩٠} +$$

$$= \frac{(٢٩٥)^٢}{٦١٠} = ١٦٠,٢٦ + ٦,٩٢ + ١٨,٥٣ + ١٠٢,٤٦ +$$

$$٧,٧٦ + ١٤٢,٦٦ = \boxed{٤٣٨,٦٠}$$

$$\therefore \text{معامل التوافق} = \sqrt{\frac{٤٣٨,٦٠ - ١}{٤٣٨,٦٠}} = \boxed{,٩٩٨}$$

٥ – يدل ذلك على أن هناك علاقة طردية قوية بين اللياقة البدنية والمهارات الأساسية .

معامل الاقتران للارتباط بين الصفات

هناك بعض الحالات التى يكون فيها استخدام معامل الارتباط متعدداً ، وذلك لأن المتغيرين قيد البحث ليس لهما قيمة عددية ، ولكنهما مجرد صفات وفى هذه الأحوال نتفادى استخدام معامل الارتباط سبيرمان أو بيرسون ، ولذا يمكن أن نلجأ إلى ما يسمى بمعامل الاقتران ، فإذا أمكن وضع بيانات المتغيرين بطريقة رباعية في جدول مزدوج ذات أربع خانات، فإن هذا يكون فى مبررات استخدام معامل الاقتران .

أما إذا كانت صفات المتغيرين قيد الدراسة تنقسم إلى أكثر من نوعين ، ونحتاج إلى جدول تزيد خاناته عن أربع ، فإن المعامل الذى يستعمل فى هذه الحالة يسمى بمعامل التوافق .

مثال :

أوجد العلاقة بين اللياقة البدنية وعدم الإصابة بالقلب من خلال البيانات التالية :

جدول (٦ - ٥)

المستوى / نتيجة الفحص الطبى	لياقة بدنية مرتفعة	لياقة بدنية منخفضة
غير مصاب	٤٠٠(أ)	٢٠٠ (ب)
مصاب	١٠٠(ج)	٢٠٠ (د)

الحل :

١ - يمكن استخدام المعادلة التالية = $\frac{\text{أ د - ب ج}}{\text{أ د + ب ج}}$

٢ -حيث (أ ، ب ، ج ، د) تمثل قيم الأربع خانات فى الجدول المزدوج السابق.

٣ - ∴ معامل الاقتران = $\frac{٤٠٠ \times ٢٠٠ - ٢٠٠ \times ١٠٠}{٤٠٠ \times ٢٠٠ + ٢٠٠ \times ١٠٠}$

$= \frac{٨٠٠٠٠ - ٢٠٠٠٠}{٨٠٠٠٠ + ٢٠٠٠٠}$

$= \frac{٦٠٠٠٠}{١٠٠٠٠٠} = ٠,٦$

الفصل السادس

الانحدار

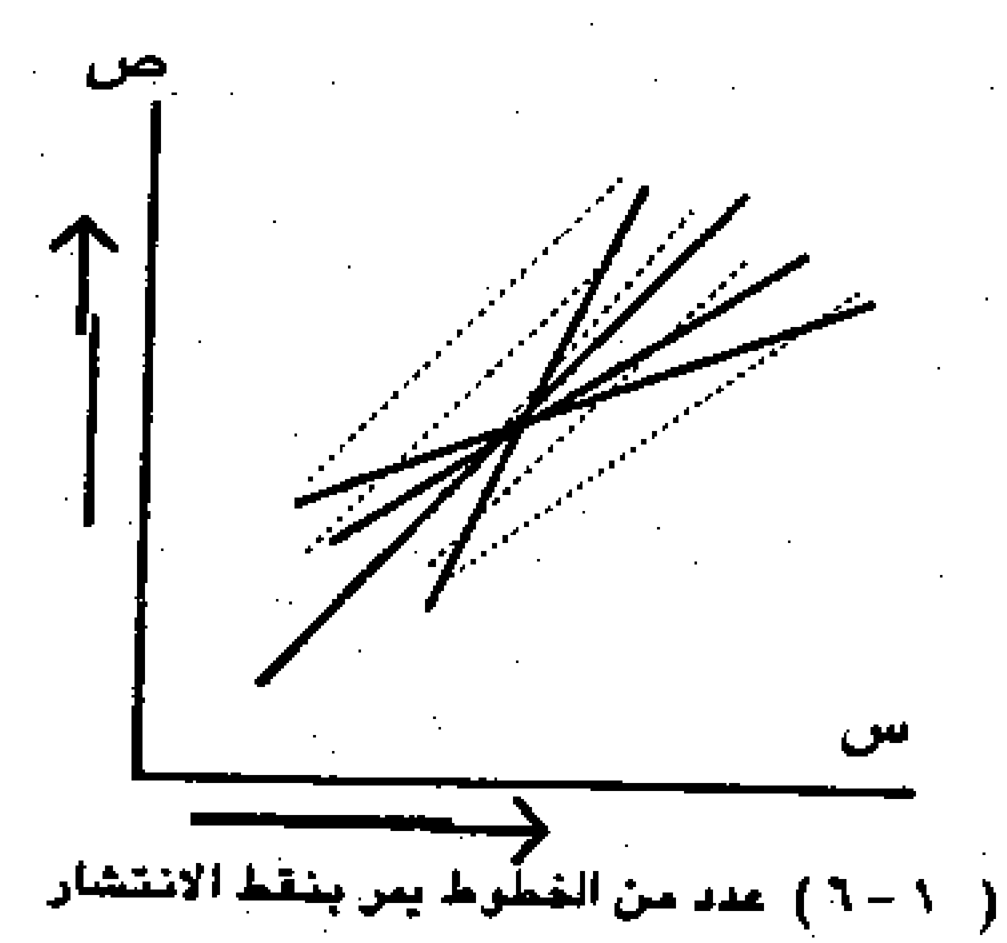
التحليل المنطقى للانحدار

الفصل السادس

الانحدار Regression

إن المستقيم الذى يربط بين المتوسطات الحسابية لقيم أحد المتغيرين المقابلة لقيم المتغيرالأخرى ، يطلق عليه خط الانحدار .

ويذكر يحيى هندام ، ومحمد الشبراوى على أننا قد نحتاج إلى تقدير قيم أحد المتغيرين أو التنبؤ بها إذا عرفت قيم المتغير الآخر ، وكانت بين هذين المتغيرين علاقة ظاهرة . وتوزيع النقط على الرسم البيانى هو الذى نسميه بشكل انتشار النقط Scatter Diagram ، وهذاالشكل بين لنا نوع الإرتباط ومدى قوته . والخط الذى تتناثر حوله النقط على الرسم هو ما نسميه بخط الانتشار . وهذا الخط الذى نرسمه يمر بأكبر عدد من النقط ليصور العلاقة بين متغيرين قد يختلف من شخص إلى أخر ؛ فينتج عندنا عدد كبير من الخطوط كما هو مبين فى شكل(١ – ٦)



شكل (١ – ٦) عدد من الخطوط يمر بنقط الانتشار

وتحليل الانحدار يعد أسلوباً للتنبؤ بقيم متغير أو أكثر من المتغيرات التابعة "dependent variables" باستخدام قيم مجموعة من المتغيرات المستقلة

"independent variables" كما أنه يمكن استخدامه لتقييم أثر المتغيرات المستقلة على المتغيرات التابعة .

وكلمة انحدار "regression" لاتعكس أهمية هذا الأسلوب الإحصائى أو مدى إتساع وإنتشار تطبيقاته . ولقد أخذ هذا الاسم من عنوان أو بحث قدمه ف . جالتون "F. Galton"

وحيث إن الانحدار يهدف الإفادة من الارتباط فى التنبؤ ، لذا نجد أهمية في الإفادة من أختبارات معينة تهدف التنبؤ بمستويات الأفراد فى نواحى النشاط الجديدة ، التى لم يمارسوها من قبل .

ويذكر فؤاد البهى فى هذا الصدد ، أننا ندرك معنى الانحدار وأهميته في التنبؤ بدرجات الاختبار الثانى ص من درجات الاختبار الأول س ، ويسمى هذا النوع من التنبؤ بانحدار ص على س ، ونستطيع أيضا أن نتنبأ بدرجات الاختبار الأول س من درجات الأختبار الثانى ص ، ويسمى هذا النوع س على ص .

مثال : استنتج «ص من س » من خلال البيانات التالية :

س : ٤ ، ٥ ، ٩ ، ٢٠ ، ٢٢ .

ص : ٧ ، ٩ ، ٨ ، ١٤ ، ١٢ .

الحل :

١ – عمل الجدول التالى (١ –٦) :

م	س	$س^٢$	ص	$ص^٢$	س ص
١	٤	١٦	٧	٤٩	٢٨
٢	٥	٢٥	٩	٨١	٤٥
٣	٩	٨١	٨	٦٤	٧٢
٤	٢٠	٤٠٠	١٤	١٩٦	٢٨٠
٥	٢٢	٤٨٤	١٢	١٤٤	٢٦٤
ن = ٥	مجـ س = ٦٠ م س = ١٢ ع س = ٧,٥٦	مجـ $س^٢$ ١٠٠٦	مجـ ص = ٥٠ م ص = ١٠ ع ص = ٢,٦١	مجـ $ص^٢$ ٥٣٤	مجـ س ص ٦٨٩

حيث : س = قيمة (درجة)

مجـ س = مجموع قيم س

م س = متوسط قيم س

ع س = الإنحراف المعيارى لقيم س

$س^٢$ = مربع القيمة (درجة)

ص = قيمة (درجة)

مجـ ص = مجموع قيم ص

م ص = متوسط قيم ص

ع ص = الإنحراف المعيارى لقيم ص

ص^{٢} = مربع القيمة (درجة)

س ص = قيمة س × قيمة

مجـ س ص = مجموع حاصل ضرب قيم س × قيم ص

ن = عدد الحالات

٢ – استخراج معامل الارتباط عن المعادلة التالية :

$$ر = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left[\text{مجـ س}^{٢} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}\right]\left[\text{مجـ ص}^{٢} - \frac{(\text{مجـ ص})^{٢}}{\text{ن}}\right]}}$$

$$\therefore ر = \frac{٦٨٩ - \frac{٦٠ \times ٥٠}{٥٠}}{\sqrt{\left[١٠٠٦ - \frac{(٦٠)^{٢}}{٥}\right]\left[٥٢٤ - \frac{(٥٠)^{٢}}{٥}\right]}}$$

$$= \frac{٨٩}{\sqrt{٢٨٦ \times ٣٤}}$$

$$\frac{٨٩}{\sqrt{٩٧٢٤}}$$

$$\frac{٨٩}{٩٨,٦١} = ,٩٠$$

٣ – إيجاد معادلة إنحدار ص على س طبقا للمعادلة :

ص = س × (ع ص / ع س) × (س – م س) + م ص

∴ص = ,٩٠ × (٢,٦١ / ٧,٥٦) × (س – ١٢) + ١٠

= ,٩٠ × ,٣٥ × (س – ١٢) + ١٠

= ,٣٢ × (س – ١٢) + ١٠

= ,٣٢ س – ٣,٨٤ + ١٠

= ,٣٢ س + ٦,١٦

٤ – طريقة التنبؤ بقيمة ص بمعلومية قيمة س :

فإذا كانت قيمة س (٣)

∴ ص = ,٣٢ × ٣ + ٦,١٦

= ,٩٦ + ٦,١٦

= ٧,١٢ = ٧ تقريباً

٥ – يمكن إيجاد معادلة انحدار س على ص طبقاً للمعادلة :

س = ر × (ع س / ع ص) × (ص – م ص) + م س

وهناك معادلة أخرى لإيجاد خط انحدار ص على س :

$$\text{وهى : ص} - \bar{\text{ص}} = \text{ب} (\text{س} - \bar{\text{س}})$$

«ص ، س » القيم الخام

«صَ ، سَ » المتوسطان الحسابيان لكل من قيم ص وقيم ص .

«ب» معامل الانحدار Coefficient of Regression ويمكن إيجاد قيمة «ب» من المعادلة التالية

$$\text{ب} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{مجـ س}^2 - \frac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}}$$

إيجاد معادلة خط إنحدار س على ص :

$$\text{س} - \bar{\text{س}} = \text{ت} (\text{ص} - \bar{\text{ص}})$$

$$\text{ت} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{مجـ ص}^2 - \frac{(\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}}}$$

التحليل المنطقى للانحدار

مقدمة :

يمكن تعريف تحليل الانحدار عموماً على أنه تحليل العلاقات بين المتغيرات وهو يعد أحد الأساليب الإحصائية الأكثر استخداماً ؛ حيث يقدم طريقة بسيطة لإيجاد علاقة دالة بين المتغيرات ، ويتم التعبير عن هذه العلاقة فى شكل معادلة مرتبطة بالاستجابة أو بالمتغير التابع «ص» ، ومرتبطة أيضاً بأكثر من متغير مستقل $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ .... $س_ن$ ، وتأخذ معادلة الانحدار الصيغة التالية :

$$ص = ب_{صفر} ، ب_١ \times س_١ + ب_٢ \times س_٢ + ... + ب_ن \times س_ن$$

وتسمى كل من $ب_{صفر}$ ، $ب_١$ $ب_٢$ معاملات الانحدار ، ويتم تحديدها من البيانات ، وتسمى معادلة الانحدار التى تحتوى على متغير واحد مستقل بمعادلة الانحدار البسيط ، والمعادلة التى تحتوى على أكثر من متغير مستقل تسمى معادلة الإنحدار المتعدد.

يتم إستخدام الانحدار لاختبار تأثيرات عدد من المتغيرات المستقلة (عوامل التنبؤ) على متغير واحد مستقل (معيار) . ويختبر الانحدار عن طريق انحراف المتوسطات . ويجب أن يتم قياس جميع المتغيرات بالنظار المترى ، وقد تكون بيانات الأختبار إما بيانات خام أو مصفوفة ارتباط .

ويقيس تحليل الانحدار درجة تأثير المتغيرات المستقلة على متغير تابع ، وفى حالة متغير مستقل واحد ؛ لذا يمكن التنبؤ بالمتغير التابع من المتغير المستقل من خلال المعادلة البسيطة التالية :

$ص = أ + ب س$ حيث (أ) = مقدار ثابت

وكان يمكن توسيع هذا إلى مفهوم المتغير المتعدد كما يلى :

$$ص = أ + ب_١ س_١ + ب_٢ س_٢ + ب_٣ س_٣ + ... + ب_ن س_ن$$

ولابد من ملاحظة أنه سواء كان بالنسبة لمتغير واحد أو لمتغيرات متعددة ، تكون العلاقة المتنبأ بها دائماً خطية .

تفسير بيانى لتحليل الانحدار :

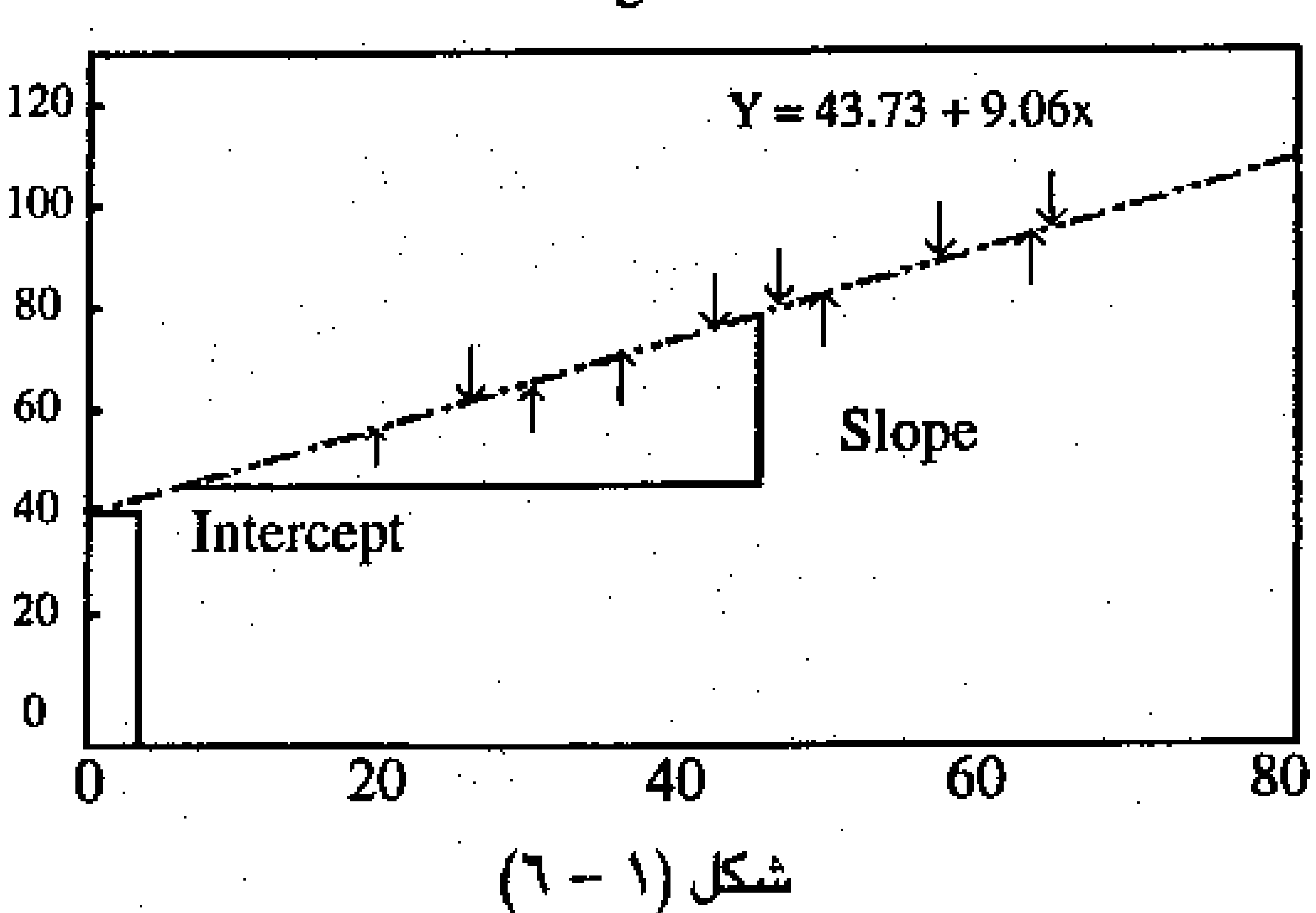
فالطريقة البسيطة لتقريب معادلة انحدار المتغير واحد هى رسم علاقة بين المتغيرات . وتتطلب المهمة أن نرسم أولاً المتغير التابع مقابل المتغير المستقل ، ويطلق على هذا النوع من الرسم اسم الرسم البيانى المبعثر (المنتشر) .

ثم لتحديد الخط المستقيم الذى يمثل الاتجاه خلال منتصف نقطة البيانات . وهو اتجاه به « أحسن مطابقة» . ويحدد استخدام الاتجاه فى تحليل انحدار العلاقة بين المتغيرات المستقلة والتابعة . ويتم استخدام العلاقة التى تم تحديدها للتنبؤ بالقيم المختلفة للمتغير التابع ، حين نضع فى الاعتبار قيماً محددة للمتغير المستقل . وتكون دائماً هذه العلاقة المتنبأ بها فى شكل اتجاه خطى .

والجدول التالى يحدد مجموعة من القيم تمثل متغيراً مستقلاً (س) والمتغير التابع (ص) .

جدول (٢ – ٦)

س	٣٩	٤٣	٢١	٦٤	٥٧	٤٧	٢٨	٧٥	٣٤	٥٢
ص	٦٨	٨٢	٥٦	٨٦	٩٧	٩٤	٧٧	١٠٣	٥٩	٧٩



شكل (١ – ٦)

ويتم الاستفادة من هذا المفهوم البسيط لوضع صياغة حسابية دقيقة لتحليل الانحدار . ويتم تعريف خط أحسن مطابقة على أنه الخط الذى يكون من خلاله مجموع مربعات انحراف نقاط البيانات المختلفة هى الأقل . ويتم أيضاً الإشارة إلى خط الانحدار على أنه أقل خط مربعات .

وفى حالة مشكلة المتغير المتعدد ، يتم الوصول إلى معادلة الإنحدار فى تتابع من معادلات الإنحدار الخطية بأسلوب تدريجى . وفى كل خطوة من خطوات التتابع يتم إضافة متغير واحد إلى معادلة الانحدار . والمتغير المضاف هو المتغير الذى يشكل أكبر انخفاضاً فى مجموع أخطاء المربعات فى بيانات العينة . وعلى نحو متساو فهو المتغير الذى حين يتم إضافته ، يقدم أكبر زيادة فى قيمة «ف» . والمتغيرات التى ليس بها ارتباط ذى دلالة مع المتغير المستقل . هى تلك المتغيرات التى لاتزيد إضافتهم إلى قيمة «ف» ولايتم إظهارها فى معادلة الانحدار .

التقدير الحسابى لمعاملات الانحدار :

١ - مع متغير واحد مستقل : يتم عرض التقدير الحسابى لمعاملات الانحدار فى حالة المتغير المستقل الواحد.

ويتم تقديم انحدار (معامل الانحدار) بالنسبة لخط أقل مربعات عن طريق «ب» حيث :

$$ب = \frac{\text{مجموع مربعات } س \times ص}{\text{مجموع مربعات } س}$$

ويتم تقديم الجزء المحصور (المتغير المستقل) لخط الانحدار عن طريق أ حيث:

$$أ = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

البواقى :

يتم تعريف البواقى على أنها الفروق بين القيم الفعلية والمتنبأ بها المتغير التابع . ويعتبر الخطأ المعيارى للتقدير هو الانحراف المعيارى للبواقى ، ويمكن حساب الخطأ المعيارى للتقدير كما يلى :

ب = مجموع مربعات س × ص / مجموع مربعات س

مثال : متغير تابع واحد من خلال البيانات في جدول (١) والتي تم عرضها من خلال الرسم البياني شكل (١).

الحل :

١ – عمل الجدول (٣ – ٦) كما يلي :

جدول (٣ – ٦)

م	س	ص	س ص	س ٢	ص ٢
١	٣٩	٦٨	٢٦٥٢	٤٦٢٤	١٥٢١
٢	٤٣	٨٢	٣٥٢٦	٦٧٢٤	١٨٤٩
٣	٢١	٥٦	١١٧٦	٣١٣٦	٤٤١
٤	٦٤	٨٦	٥٥٠٤	٧٣٩٦	٤٠٩٦
٥	٥٧	٩٧	٥٥٢٩	٩٤٠٩	٣٢٤٩
٦	٤٧	٩٤	٤٤١٨	٨٨٣٦	٢٢٠٩
٧	٢٨	٧٧	٢١٥٦	٥٩٢٩	٧٨٤
٨	٧٥	١٠٣	٧٧٢٥	١٠٦٠٩	٥٦٢٥
٩	٣٤	٥٩	٢٠٠٦	٣٤٨١	١١٥٦
١٠	٥٢	٧٩	٤١٠٨	٦٢٤١	٢٧٠٤
المجموع	٤٦٠	٨٠١	٣٨٨٠٠	٦٦٣٨٥	٢٣٦٣٤
المتوسط			٣٨٨٠		

٢ – إيجاد قيمة مجموع مربعات س = مجـ $س^2$ $\frac{(مجـ س)^2}{ن}$

$= ٢٣٦٣٤ - \frac{(٤٦٠)^2}{١٠} = ٢٣٦٣٤ - ٢١١٦٠ = ٢٤٧٤$

٣ – إيجاد قيمة مجموع مربعات س ص = مجموع س×ص – $\frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{١٠}$

$= ٣٨٨٠٠ - \frac{٨٠١ \times ٤٦٠}{١٠} = ٣٨٨٠٠ - ٣٦٨٤٦ = ١٩٥٤$

٤ – إيجاد قيمة مجموع مربعات ص = مجـ ص^٢ – $\frac{(\text{مجـ ص})^٢}{ن}$

$= ٦٦٣٨٥ - \frac{(٢٠٨)^٢}{١٠} = ٦٦٣٨٥ - ٦٤١٦٠,١ = ٢٢٢٤,٩$

٥ – إيجاد قيمة ب = $\frac{\text{مجموع مربعات س ص}}{\text{مجموع مربعات س}}$

$= \frac{١٩٥٤}{٢٤٧٤} = ,٧٨٩٨١٤$

٦ – إيجاد قيمة أ = صَ – ب × سَ

$= ٨٠,١ - ,٧٨٩٨١٤ \times ٤٦ = ٨٠,١ - ٣٦,٣٣١٥$

$= ٤٣,٧٦٨٥٥٣$

٧ – إيجاد قيمة ص = أ + ب س

$= ٤٣,٧٦٨٥٥٣ + ,٧٨٩٨١٤ \times$ س

وكطريقة بديلة لاستنتاج معادلة الانحدار ، كان يمكن استخدام البيانات الخام ، ويتم استخلاص خط انحدار المتغير الواحد عن طريق المخرجات التالية :

مخرجات الانحدار

المقدار الثابت	=	٤٣,٧٦٨٥٥٠
الخطأ المعيارى لتقدير ص	=	٩,٢٢٠٤٠٧
مربع معامل الارتباط	=	,٦٩٣٦٤٧
عدد المشاهدات	=	١٠
درجات الحرية	=	٨
مربع الارتباط المتعدد س	=	,٧٨٨٣٤٨
دلالة الإسهام د س	=	,٧٨٩٨١٤

الفصل السابع

الاختبارات اللامعلمية

اختبار مربع كا

جداول التجانس

جدول ٢ × ٢

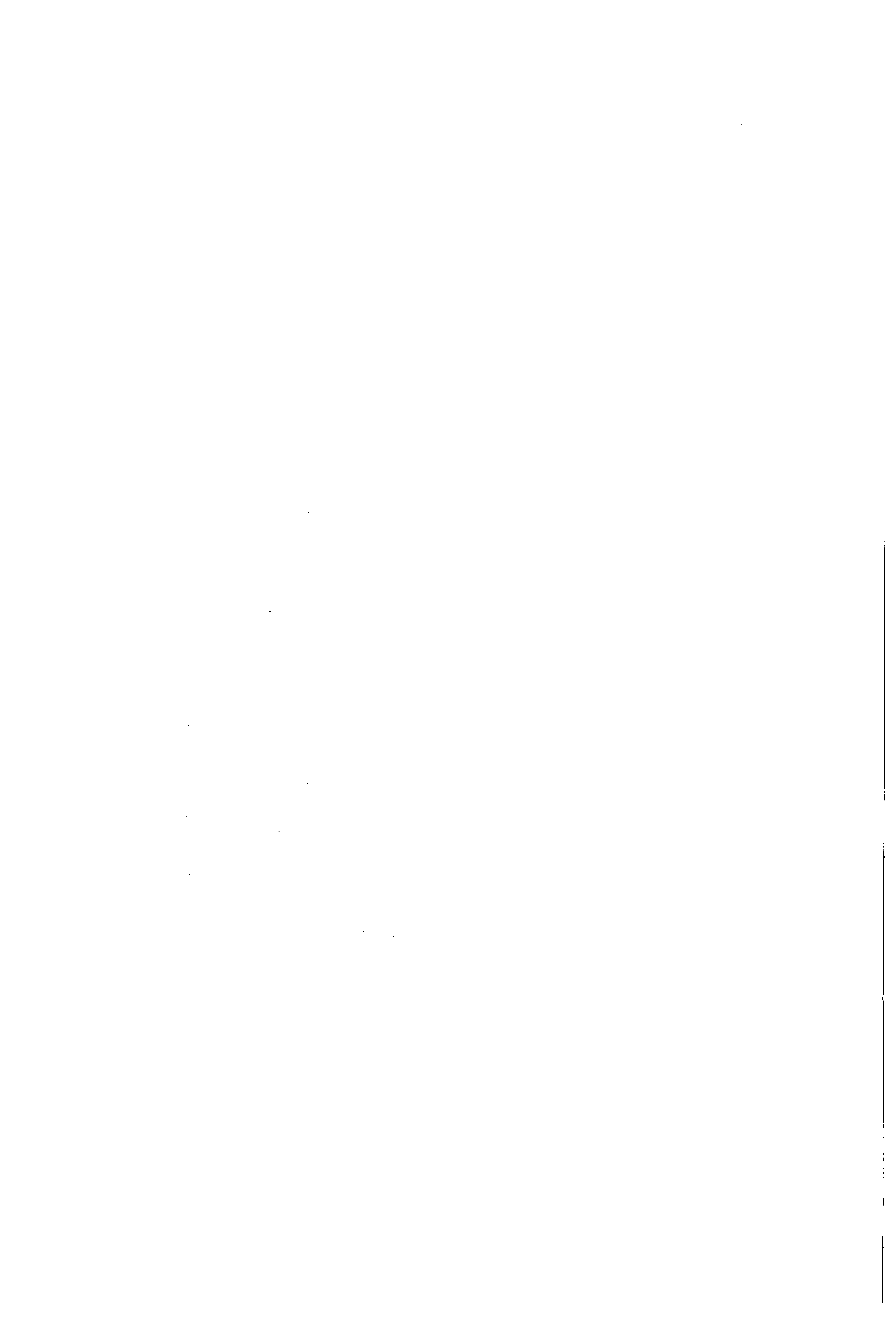
اختبار الاشارة

اختبار مان وتينى (يو)

اختبار ولكوكسون

اختبار كروسكال واليس

اختبار فريد مان للرتب



الفصل السابع

الأختبارات اللامعلمية

تعتمدالأختبارات الإحصائية اللامعلمية (المترية) على افتراض اعتدالية التوزيع وتجانس التباين . فى حين أن الاختبارات الإحصائية اللامعلمية يشار إليها بالإحصائيات حرة التوزيع ؛ لأنه لايوجد افتراضات عن توزيع الدرجات .

والأختبارات الإحصائية اللامعلمية تعالج الدرجات من المستويات الرتبية . ويمكن اعتبار ذلك ميزة محددة للاختبارات اللامعلمية عند معاملة الباحثين للمتغيرات أو البيانات الفترية أيضاً ، والتى يمكن أن تتفق أكثر مع الافتراضات اللامعلمية . مثل أنواع الاستجابات الخاصة بجميع أنواع الاستفتاءات والأدوات المقدرة للسلوك التأثيرى المتعدد ، والبيانات التى تجمع من البحث الكمى ، والتى غالباً ما تعتمد على ترقيم الحالاتوالتى يمكن تحليلها باستخدام الإحصائيات اللامعلمية .

والاختبارات الإحصائية اللامعلمية هى أقل قوة لكشف الفرض الصفرى غير الحقيقى ، وإذا اتفقت الافتراضات الأساسية للاختبار المعلمى ، فإن الوسيلة الإحصائية اللامعلمية تفضل عادة لأنها أكثر فاعلية . ومع ذلك عندما يعرف الباحث أن مجموعة البيانات لاتتفق مع افتراضات الاعتدالية ، وتجانس التباين أو عندما تصبح النوع الوحيد فى الدرجات عبارة عن رتب أو تكرارات ، ففى هذه الحالة ينبغى على الباحث إستخدام الأختبارات اللامعلمية . والعديد من الطرق اللامعلمية متاحة ، وسوف يذكر المؤلف هنا الأختبارات اللامعلمية الأكثر استخداماً.

أختبار مربع كا :

إن الفكرة الأساسية التى يقوم عليها هذا الأسلوب الإحصائي وهو كا^2 مصاغة على أساس الفرض الصفرى ، وهى أن التكرار الملاحظ فى الفئة أو الفئات موضع الدراسة يختلف عن التكرار المتوقع أو الفرض اختلافاً يرجع إلى الصدفة . وتتحدد التكرارات المتوقعة فى ضوء أى تعريف للفرض الصفرى مثلاً فى مشكلة

تنقسم فيها الحالات إلى فئتين . وقد يقرر الباحث على أساس معين أن التكرار فى كل فئة ينبغى أن يكون بنسبة ١ إلى ٢ أو ١ إلى ٣ والخطوة التى تلى هذا هى حساب مربع كا بواسطة المعادلة التالية .

$$\text{كا}^{٢} = \text{مجموع} \frac{(\text{التكرار الملاحظ} - \text{التكرار المتوقع})}{\text{التكرار المتوقع}}$$

صورة [١ / ٧]

مثال : هناك مدرب يدعى أنه يستطيع التمييز بين اللاعب ذى اللياقة البدنية العالية ، واللاعب ذى اللياقة البدنية المنخفضة من مجرد مشاهدتهم فى الملعب . فقد كان حكمه صحيحاً على ثمانية لاعبين ، وحكمه خطأً على لاعبين . والسؤال ما احتمال أن يجيء هذا الحكم نتيجة للصدفة ؟ وهل يستطيع هذا المدرب حقيقة أن يميز بين هاتين الفئتين من اللاعبين؟ إذا سلمنا بأن التكرار المتوقع هو خمسة .

$$\therefore \text{كا}٢ = \frac{(٨ - ٥)^{٢}}{٥} + \frac{(٢ - ٥)^{٢}}{٥} = ٣,٦٠$$

ولكى نفسر معنى كا^{٢} فمن الضرورى استخدام الجداول الاحصائية فنجد أن قيمة كا^{٢} الجدولية = ٣,٨٤ عند درجة حرية (١) ومستوى دلالة (٥٪) لذا نجد أن قيمة كا^{٢} الجدولية أكبر من قيمة كا^{٢} المحسوبة ، وبناء عليه يمكن القول بأن هذه الأحكام يمكن أن تحدث بالصدفة .

وهناك صورة أخرى لحساب كا^{٢} عندما يكون هناك درجة حرية واحد ، فينبغى أن يدخل على المعادلة الأصلية فى صورة [١] التعديل التالى :

$$\text{كا}^{٢} = \text{مجموع} \frac{(\text{التكرار الملاحظ} - \text{التكرار المتوقع} - ٠,٥)^{٢}}{\text{التكرار المتوقع}}$$

صورة [٢ / ٧]

حل المثال السابق بالصورة [٢]

$$كا^{٢} = \frac{(٨ - ٥ - ٠,٥)^{٢}}{٥} + \frac{(٢ - ٥ - ٠,٥)^{٢}}{٥} = \frac{(٢,٥)^{٢}}{٥} + \frac{(-٣,٥)^{٢}}{٥}$$

= ١,٢٥ + ٢,٤٥ = ٣.٧٠ . وهذه النتيجة أيضاً قد ترجع إلى الصدفة.

مثال (٢) :

في أحد البحوث الخاصة لمعرفة نسب اللياقة البدنية التي تؤدى إلى المستويات الرياضية العالية فى مجتمع ما . لذا قام باحث بفحص ٤٠٠٠ لاعب فكانت النتائج كالتالى :

المستويات الرياضية	التكرارات المشاهدة
المستوى الأول	٩٠٠
المستوى الثانى	٧٠٠
المستوى الثالث	٦٠٠
المستوى الرابع	١١٠٠
المستوى الخامس	٧٠٠
المجموع	٤٠٠٠

فإذا كان من المعروف أن نسب اللياقة البدنية بالترتيب الآتى :

٢٠٪ ، ١٥ ٪ ، ١٠ ٪ ، ٣٠٪ ، ٢٥٪

الحل :

١ – نحسب التكرارات المتوقعة كالآتى :

جدول (١ –٧)

المستويات الرياضية	التكرارات المشاهدة	التكرارات المشاهدة
المستوى الأول	٩٠٠	$4000 \times \frac{20}{100} = 800$
المستوى الثانى	٧٠٠	$4000 \times \frac{15}{100} = 600$
المستوى الثالث	٦٠٠	$4000 \times \frac{10}{100} = 400$
المستوى الرابع	١١٠٠	$4000 \times \frac{30}{100} = 1200$
المستوى الخامس	٧٠٠	$4000 \times \frac{25}{100} = 1000$
المجموع	٤٠٠٠	٤٠٠٠

٢ – نحسب قيمة كا٢ من المعادلة فى صورة [١ / ٧]

$$\therefore \text{كا}^2 = \frac{(800-900)^2}{800} + \frac{(800-700)^2}{600} + \frac{(400-600)^2}{400} + \frac{(1200-1100)^2}{1200} + \frac{(1000-700)^2}{1000}$$

$$= 12.5 + 16.6 + 100 + 8.3 + 9 = 227.4$$

٣ – بالكشف عن قيمة كا٢ الجدولية عند درجة حرية (٥ – ١) = ٤ ومستوى ٠,٠١ نجد أنها ١٣,٢٨ .

٤ – بما أن قيمة كا٢ المحسوبة أكبر من قيمة كا٢ الجدولية .

∴ الفروق معنوية أى نفرض الفرض الصفرى .

جداول التجانس

نحتاج في كثير من البحوث والدراسات إلى تصنيف البيانات حسب عوامل معينة كما نحدد مقدار العامل في كل مرة ، مثلا دراسة مستوى القلق (مرتفع/منخفض) وعلاقته بالنوعية (ذكر/أنثى) . ولتوضيح فكرة دراسة العلاقة بين عاملين أو أكثر ، أو مايشار إليه أحياناً بموضوع ارتباط العوامل أو قياس الاستقلال بين العوامل .

مثال :

إذا أخذنا عينة عشوائية مكونة من ١٠٠ طالب وطالبة ، وكان مستوى القلق مرتفعاً ومنخفضاً من خلال بيانات الجدول التالي (٢ –٧) :

جدول (٢ –٧)

القلق / النوع	مرتفع	منخفض
طالب	٤٠	١٥
طالبة	٣٥	١٠

الحل :

١ – تجهيز البيانات من خلال الجدول التالي (٣ –٧):

جدول (٣ –٧)

القلق / النوع	مرتفع	منخفض	المجموع
طالب	٤٠	١٥	٥٥
طالبة	٣٥	١٠	٤٥
المجموع	٧٥	٢٥	١٠٠

٢ – احتمال أن يكون الشخص طالباً = $\frac{٥٥}{١٠٠}$ وهو مجموع تكرارى الصف الأول على مجموع التكرارات .

٣ – احتمال أن يكون الشخص مرتفع القلق = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ وهو مجموع تكرارى العمود الأول على مجموع التكرارات .

٤ – احتمال أن يكون الشخص طالبة = $\frac{٤٥}{١٠٠}$ وهو مجموع تكرارى الصف الثانى على مجموع التكرارات.

٥ – احتمال أن يكون الشخص منخفض القلق = $\frac{٢٥}{١٠٠}$

٦ – القيم المتوقعة = $\frac{٧٥ \times ٥٥}{١٠٠} = ٤١,٢٥$

$$= \frac{٢٥ \times ٥٥}{١٠٠} = ١٣,٧٥$$

$$= \frac{٧٥ \times ٤٥}{١٠٠} = ٣٣,٧٥$$

$$= \frac{٢٥ \times ٤٥}{١٠٠} = ١١,٢٥$$

٧ – للتأكد يجمع التكرار المشاهد والتكرار المتوقع حيث إن الاثنين يتساويان.

المشاهد = ٤٠ + ١٥ + ٣٥ + ١٠ = ١٠٠

المتوقع = ٤١,٢٥ + ١٣,٧٥ + ٣٣,٧٥ + ١١,٢٥ = ١٠٠

٨ – ∴ كا^٢ = $\frac{(٤١,٢٥ - ٤٠)^٢}{٤١,٢٥} + \frac{(١٣,٧٥ - ١٥)^٢}{١٣,٧٥} + \frac{(٣٣,٧٥ - ٣٥)^٢}{٣٣,٧٥} + \frac{(١١,٢٥ - ١٠)^٢}{١١,٢٥}$ = ,٠٤ + ,١١ + ,٠٥ + ,١٤ = ,٣٤

٩ – درجة الحرية = ٤ – ١ = ٣

١٠ – قيمة كا٢ الجدولية عند مستوى ٠٥ ,٠ = ٧,٨١٥

١١ – ∴ نرفض الفرض الصفرى .

مثال أخر :

أوجد قيمة كا٢ بالطريقة العامة للجدول التكرارى ن × ن٢

البيان	موافق جدا	موافق نوعاً ما	لا أدرى	أرفض نوعاً ما	أرفض جداً	المجموع
ذكور	٥	٣٧	١٣	٢٨	٥	٨٨
إناث	٣	١٧	٨	٢٠	٥	٥٣
المجموع	٨	٥٤	٢١	٤٨	١٠	١٤١

الحل :

١ – عمل الجدول التالى :

البيان	موافق	لا أدرى	أرفض	المجموع
ذكور	٤٢	١٣	٣٣	٨٨
إناث	٢٠	٨	٢٥	٥٣
المجموع	٦٢	٢١	٥٨	١٤١

٢ – التكرار المتوقع لذكور موافق = $\frac{٦٢ \times ٨٨}{١٤١}$ = ٣٨,٧٠

التكرار المتوقع لا أدرى = $\frac{٢١ \times ٨٨}{١٤١}$ = ١٣,١١

التكرار المتوقع لذكور أرفض = $\frac{٨٥ \times ٨٨}{١٤١}$ = ٣٦,٢٠

التكرار المتوقع لإناث موافق $= \frac{٦٢ \times ٥٣}{١٤١} = ٢٣,٣٠$

التكرار المتوقع لإناث لا أدرى $= \frac{٢١ \times ٥٣}{١٤١} = ٧,٨٩$

التكرار المتوقع لإناث أرفض $= \frac{٨٥ \times ٥٣}{١٤١} = ٢١,٨$

٣ - $كا^٢ = \frac{(٤٢ - ٣٨,٧٠)^٢}{٣٨,٧٠} + \frac{(١٣ - ١٣,١١)^٢}{١٣,١١} + \frac{(٢٠ - ٢٣,٢٠)^٢}{٢٣,٢٠}$

$+ \frac{(٣٣ - ٣٦,٢٠)^٢}{٣٦,٢٠} + \frac{(٨ - ٧,٨٩)^٢}{٧,٨٩} + \frac{(٢٥ - ٢١,٨)^٢}{٢١,٨} = ١,٥$

٤ - درجة الحرية = ٦ - ١ = ٥

٥ - قيمة كا^٢ الجدولية عند درجة حرية ٥ ومستوى ٠,٠١ = ١٥,٠٩

٠,٠٥ = ١١,٠٧

٦ - نرفض الفرض الصفرى .

جدول ٢ × ٢ :

إذا كان لدينا مجموعتان منقسمتان بالنسبة لخاصيتين معينتين ، فإنه يمكن تكوين جدول مكون من أربع خلايا (صفين وعمودين) . وتمثل الصفوف إحدى الخاصيتين ، تمثل الأعمدة الخاصية الأخرى . وفى هذه الحالة يمكن استخدام المعادلة السابقة لاستخراج كا^٢ . إلا أنه توجد معادلة أخرى يمكن استخدامها فى هذه الحالة ، تتضح من الجدول الآتى (٢٣ - ٣) :

جدول (٤ –٧)

البيان		نعم	لا	المجموع
الخاصية الثانية	نعم	أ	ب	أ + ب
	لا	جـ	د	جـ + د
المجموع		أ + جـ	ب + د	ن

ويمكن استخدام هذه المعادلة

$$\text{كا}^{2} = \frac{(\text{أ د} - \text{ب جـ})^{2}\ \text{ن}}{(\text{أ} + \text{ب})\ (\text{جـ} + \text{د})\ (\text{أ} + \text{جـ})\ (\text{ب} + \text{د})}$$

ومن المعلوم أن درجات الحرية هنا = (٢ – ١) (٢ – ١) = ١

مثال :

نفرض أننا نريد إيجاد العلاقة بين القوة والسرعة . ولذا قد قمنا بتطبيق الأختبار على عينة من ١٠٠٠ لاعب . وقد وجد ٣٠٠ لاعب متميز بالقوة و٧٠٠ لاعب يتميز بالسرعة . وقد أمكن وضعهم فى التقسيم بالجدول (٥ – ٧)

جدول (٥ –٧)

الخاصية الأولى / الخاصية الثانية		القوة: نعم	القوة: لا	المجموع
المرونة	نعم	٥٠٠ [٤٩٠]	٢٠٠ [٢١٠]	٧٠٠
	لا	٢٠٠ [٤٩٠]	١٠٠ [٩٠]	٣٠٠
المجموع		٧٠٠	٣٠٠	١٠٠٠

الحل :

١ - نحسب القيم المتوقعة لكل خلية كما هى مدونة فى الجدول (٥ - ٧) ، ونطبق المعادلة

$$٢ - كا^٢ = \frac{(٥٠٠ \times ١٠٠) - (٢٠٠ \times ٢٠٠)^٢ \times ١٠٠٠}{٣٠٠ \times ٧٠٠ \times ٣٠٠ \times ٧٠٠}$$

$$= \frac{(١٠٠٠٠)^٢ \times ١٠٠٠}{٣٠٠ \times ٧٠٠ \times ٣٠٠ \times ٧٠٠} = \boxed{٢,٢٧}$$

حل آخر :

١ - تستخدم المعادلة :

$$٢ - كا٢ = \frac{(٥٠٠ - ٤٩٠)^٢}{٤٩٠} + \frac{(٢٠٠ - ٢١٠)^٢}{٢١٠} + \frac{(٢٠٠ - ٢١٠)^٢}{٢١٠} + \frac{(١٠٠ - ٩٠)^٢}{٩٠} =$$

$$= ,٢٠ + ,٤٨ + ,٠٥ + ١,١١ = ٢,٢٧$$

وهى النتيجة السابقة نفسها .

و ∵ قيمة كا^٢ الجدولية عند درجة حرية ١ ومستوى معنوية ٠١, ،

= ٦,٦٣٥

و ∵ قيمة كا^٢ المحسوبة أقل من الجدولية .

∴ هذا دليل على عدم وجود علاقة بين القوة والسرعة .

هناك طريقة مختصرة لحساب كا^٢ للجدول التكرارى ٢ × ٢، وتعتمد الطريقة المختصرة لحساب كا^٢ على علاقتها بمعامل ارتباط فاى ، وهى كما يلى :

$$\boxed{كا^٢ = فاى^٢ \times ن}$$

الحل :

١ – حساب قيمة فاى من خلال الجدول التالى :

٧٢	٣٧	٣٥
٤٨	٣٤	١٤
١٢٠	٧١	٤٩

$$\text{٢ – فاى} = \frac{(٣٥ \times ٣٤) - (٣٧ \times ١٤)}{\sqrt{٧٢ \times ٤٨ \times ٤٩ \times ٧١}} = \frac{١٩٠ - ٥١٨}{٣٤٦٧,٤٨}$$

$= ١٩,$

٣ – ∴ $\text{كا}^2 = {١٩,}^2 \times ١٢٠ = ٤,٣٣$

٤ – قيمة كا^2 الجدولية عند درجة حرية (٢ – ١) (٢ – ١) = ١ ومستوى١٠, .

أختبار الإشارة

هناك بعض أدوات البحث ، مثل :الاستبيانات ، الاستفتاءات ، استطلاع الرأى ، والذى يعتمد المفحوص فى الاستجابة على صورة زوج من القرارات مثل نعم ، لا – صح ، خطأ .... إلى غير ذلك : ولفحص وجود اختلاف بين الاستجابتين يستخدم اختبار الاشارة الذى يمكن اعتباره أسلوباً جيداً لفحص زوج من القرارات ، ويمكن نوضح ذلك بالمثال التالى :

مثال :

في برنامج ترويحى رياضى ، أراد باحث معرفة ما إذا كان له تأثير على الرضا المهنى لاثنى عشر موظفا ، وكان الرضا المهنى قبل البرنامج وبعده يتمثل فى البيانات بالجدول (٦ –٧) .

جدول (٦ – ٧)

اسم الموظف	قبل البرنامج	بعد البرنامج	الإشارة
أحمد	٧٥	٨٦	+
على	٧٣	٨٠	+
سعيد	٦٥	٧٧	+
محمد	٦٦	٦٥	–
مصطفى	٦٧	٧٧	+
محمود	٧٤	٧٦	+
سيد	٧٧	٧٥	–
خليل	٧٥	٨٠	+
سمير	٧٦	٨٣	+
أسامه	٧٤	٧٥	+
صبرى	٧٧	٧٤	–
مختار	٧٧	٧٧	٠

الحل :

١ – نضع إشارة (+) إذا زاد الرضا المهنى بعد البرنامج .

٢ – نضع إشارة (–) إذا قل الرضا المهنى بعد البرنامج .

٣ – نضع إشارة (٠) إذا تساوى الرضا المهنى قبل البرنامج وبعد البرنامج.

٤ – نستبعد القراءة الثانية عشر ∴ نتعامل مع إحدى عشرة قراءة فقط .

٥ – متوسط توزيع ذى الحدين هو ن ح وانحرافه المعيارى

هو $\sqrt{ن ح (١ - ح)}$ فإن الوسط = $\frac{١}{٢} \times ١١ = ٥,٥$

والانحراف المعيارى = $\sqrt{١١ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}}$ = ١,٦٦

٦ – معرفة إمكانية الحصول على ثمانى قيم ، أو أكثر من ثمانى قيم موجبة (+) بالصدفة فقط .

٧ – حساب الحد الأدنى الفعلي للرقم ٨ ، ويكون ٧,٥ ، وتكون القيمة المعيارية (أو الإحصائية) ص المحسوبة كالتالى :

$$ص = \frac{٧,٥ - ٥,٥}{١,٦٦} = \frac{٢}{١,٦٦} = ١,٢٠$$

٨ – الكشف .

اختبار مان وتينى (يو) Mann Whitney

يستخدم اختبار مان وتينى (يو) عند الرغبة فى معرفة الفرق بين عينتين مختارتين ومستقلتين عن بعضهما . ويعتبر أختبار يو البديل الآخر لاختبار « ت » فى حالة عدم معرفة التوزيع الاحتمالى الذى تتبعه الظاهرة المطلوب دراستها .

مثال :

أراد باحث معرفة ما إذا كان هناك فرق بين مستوى القلق بين الطلبة والطالبات لكلية التربية الرياضية ؛ ولذا أخذت عينة من (١١) طالبة وأخرى (١٠) طلاب ، وتم تسجيل البيانات التالية لهم :

جدول (٧ –٧)

م	طـــالـب		م	طـــالـبـة	
	القلق	الرتبة		القلق	الرتبة
١	٢٠	٨	١	٨	٢١
٢	٢٠,٥	٧	٢	٨,٥	٢٠
٣	٢١,٥	٥	٣	١٠	١٩
٤	٢١	٦	٤	١٠,٥	١٨
٥	٣٥	١	٥	١٩,٥	٩
٦	٢٢	٤	٦	١٩	١٠
٧	٢٧,٥	٣	٧	١٨	١١
٨	٣٠	٢	٨	١٧,٥	١٢
٩	١٥,٥	١٤	٩	١٧	١٣
١٠	١٥	١٥	١٠	١٤,٥	١٦
			١١	١٤	١٧

ولأن المنحنى التكرارى للقلق بصفة عامة ملتو (غير متماثل حول المتوسط) فالقراءات الناتجة لايتوقع أن تتبع التوزيع الطبيعى . وبالتالى نستخدم اختبار (يو) غير المعملى لمثل هذه الحالات ، نجد الرتبة المناظرة لكل قراءة من بين ٢١ قراءة مجتمعة ، كما هو موضح فى الجدول ، وبالطريقة نفسها التى حددنا فيها الرتب عند حساب معامل إرتباط الرتب لسبيرمان . والهدف من هذا الإجراء هو معرفة ما إذا كانت إحدى مجموعات الرتب تقل بصورة ملموسة عن المجموعة الأخرى .

الحل :

١ – إيجاد البيانات التالية :

عدد الطلبة

عدد الطالبات

مجموع رتب الطلبة مجـ ر$_{١}$

٢ - إيجاد مقدار (يو) بالقانون التالى :

$$يو = ن_{١}\, ن_{٢} + \frac{ن_{١}\,(ن١ + ١)}{٢} - مجـ\, ر_{١}$$

٣ - التعويض عن قيم المقدارين ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$ ومجـ ر$_{١}$ نجد أن :

$$يو = ١٠ \times ١١ + \frac{١٠ \times ١١}{٢} - ٦٥$$

$$= ١١٠ + ٥٥ - ٦٥ = ١٠٠$$

٤ - إيجاد القيمة الإحصائية ص المناظرة للمقدار يو من العلاقة التالية :

$$ص = \frac{يو - \frac{ن_{١}\, ن_{٢}}{٢}}{\sqrt{\frac{ن_{١}\, ن_{٢}\,(ن_{١} + ن_{٢} + ١)}{١٢}}}$$

$$ص = \frac{١٠٠ - \frac{١٠ \times ١١}{٢}}{\sqrt{\frac{١٠ \times ١١ \times (١٠ + ١١ + ١)}{١٢}}}$$

$$= \frac{١٠٠ - ٥٥}{\sqrt{٢٠١,٦٧}}$$

$$= \frac{٤٥}{١٤,٢} = ٣,١٧$$

وحيث إن قيمة ص من جدول التوزيع الطبيعى فى حالة أ ن :

أ = ٥٪ أ و أ = ١٪ هى كالتالى :

ص ٠,٢٥ = ± ١,٩٦

ص ٠,٠٠٥ = ± ٢,٥٨

٥ – وحيث إن قيمة ص الجدولية < ص المحسوبة فرننا نرفض الفرضية الأولى وهى أ ن ر$_{1}$ ر$_{2}$ أى أنه يوجد فرق بين القلق لكل من الطلبة والطالبات ، أى نقبل الفرض البديل س$_{1}$ $\neq$ س$_{2}$. وكذلك لأن مجموع رتب القلق للطالبات منذ البداية كان أكبر حيث إن مجـ ر$_{2}$ = ١٦٦ أى أن قلق الطالبات لايساوى قلق الطلبة.

٦ – يجب ألا يستخدم أختبار (يو) فى حالة أن حجم أى من العينتين أقل من ٩ قراءات .

أختبار ولكوكسون Wilcoxon

يستخدم اختبار ولكوكسون لاختبار ما إذا كان يوجد فرق بين مجموعتين مرتبطتين أم لا ؛ أى إن العينة من مجمع واحد وقد تكون مجموعة ضابطة وأخرى تجريبية ؛ وذلك لمعرفة الفرق بينهما قبل وبعد إدخال المتغير التجريبى .

مثال :

أراد أحد الباحثين تعرف كل من الثواب والعقاب فى تعلم رياضة المبارزة بسلاح الشيش على طلاب الصف الثانى بكلية التربية الرياضية ، على عينة قوامها (٢٠) طالباً وكانت بياناتهم كالتالى :

جدول (٨ –٧)

البيان	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
درجات الطلاب لمجموعة الثواب (س$_{1}$)	٦٥	٨٥	٧٦	٨٦	٧٤	٨٣	٨٧	٨٤	٨٩	٩١
درجات الطلاب لمجموعة العقاب (س$_{2}$)	٦٦	٩٠	٨٠	٨٨	٧٤	٨٥	٩٠	٩٠	٧٣	٨١
الفرق بين (س$_{1}$ – س$_{2}$)	– ١	– ٥	– ٤	– ٢	صفر	– ٢	– ٣	– ٦	+ ٧	+ ١٠
القيمة المطلقة للفرق	١	٥	٤	٢	–	٢	٣	٦	٧	١٠
رتبة الفرق	١	٦	٥	٢,٥	–	٢,٥	٤	٧	٨	٩

الحل :

١ - استخراج البيانات بالجدول (٨ - ٧)

٢ - استبعاد الحالة رقم (٥) لعدم وجود فروق بين الثواب والعقاب .

٣ - إيجاد الفرق بين قيم $س_١$ وقيم $س_٢$.

٤ - إيجاد القيمة المطلقة للفرق .

٥ - إيجاد رتبة الفرق . ويحسب ذلك كما سبق دراسته فى معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

٦ - حساب مجموع الرتب للفروق الموجبة أو السالبة ويجب أختبار دائماً الإشارة الأقل تكراراً .

٧ - نجد فى المثال الحالى نأخذ الإشارة الموجبة (+) حيث تتكرر مرتين فقط، وفى ذلك نجد أن قيمة إحصائية ولكوكسون وهى :

و = مجموع الرتب الناتجة من رقمى ٩ ، ١٠ = ٨ + ٩ = ١٧

٨ - الكشف عن قيمة (و) من جدول ولكوكسون

لدرجة حرية ن - ١ ∴ = ١٠ - ١ = ٩ وتحت مستوى

٠,٠٥ = $و_{٩،٠,٠٥}$ = ٦

٩ - نلاحظ هنا أن (و) الجدولية < (و) المحسوبة ، وبالتالى فإننا نقبل الفرضية الأولية (وهى أن قراءات كل من الثواب والعقاب لهما التوزيع نفسه).

١٠ - نلاحظ أيضاً أنه على عكس الاختبارات الاخرى ، فإننا نرفض الفرضية الأولية فى اختبار ولكوكسون فقط إذا كانت قيمة (و) المحسوبة أقل أو تساوى قيمة (و) الناتجة من الجدول .

١١ - نلاحظ كذلك أن جدول ولكوكسون يعطى القراءات من ٦ إلى ٢٥ زوجاً من القراءات ، أما عندما يكون لدينا أكثر من ٢٥ زوجاً من القراءات فإننا نستخدم التقريب التالى للقيمة (و) ، ويمكن مقارنتها باستخدام جدول التوزيع الطبيعى المعيارى حيث الإحصائية ص فى هذه الحالة هى :

$$ص = \frac{و - \frac{ن (ن + ١)}{٤}}{\sqrt{\frac{ن (ن + ١) (٢ن + ١)}{٢٤}}}$$

حيث إن ن عدد الفروق غير الصفرية .

وبذلك نقارن قيمة ص المحسوبة مع ص = ± ١,٩٦ المستوى معنوية ٠,٠٥ أو ص = ± ٢,٥٨ لمستوى معنوية ٠,٠١ .

اختبار كروسكال واليس (Kruskal - Wailis)

يستخدم هذا الاختبار لأكثر من مجموعتين ، ولكن عن طريق الرتب ، وهذا النوع من الأختبارات يشبه إلي حد كبير تحليل التباين في اتجاه واحد للبيانات الرتبية .

مثال :

أراد باحث معرفة دلالة الفروق بين ثلاث مجموعات من طلبة كلية الآداب قسم علم النفس في مفهوم الذات ، وقد تم تسجيل البيانات التالية من نتيجة الاختبار .

المجموعة الأولى : ٥ - ٩ - ١٣ - ١٨ - ٢٤ - ٣١ - ٣٣ - ٣٨ .

المجموعة الثانية : ٥ - ٦ - ٩ - ٢٠ - ٢١ - ٣٤ .

المجموعة الثالثة : ٢٤ - ٤٠ - ٤٨ - ٤٩ - ٤٩ - ٥٢ - ٥٥ - ٥٦ - ٥٨ .

الحل :

١ - ترتيب جمع البيانات في جميع المجموعات ترتيباً تصاعدياً .

٢ - استخراج مجموع الرتب (ب) لكل مجموعة من مجموعات البحث البالغ عددها (ك) .

٣ - إذا كان متوسط مجموع الرتب (م ب) = متوسط رتب المجموعات ، ومستويا أيضاً لمتوسط رتب المفحوصين الذى يساوى ($\frac{ن + ١}{٢}$)

∴ يكون الفرض الصفرى صحيحاً .

٤ – الاختبار المستخدم فى هذه الطريقة يسمى (هـ)

٥ – يتم حساب هـ كالتالى :

$$هـ = \frac{١٢}{ن (ن + ١)} \times مجـ \left(\frac{ب^{٢} ك}{ن ك} \right) - ٣ (ن + ١)$$

٦ – تستخدم المعادلة التالية في حالة وجود قيم متساوية كثيرة لتصحيح أثر الرتب المتساوية .

$$هـ = \frac{\frac{١٢}{ن (ن + ١)} \times مجـ \left(\frac{ب^{٢} ك}{ن ك} \right) - ٣ (ن + ١)}{١ - \frac{مجـ ط}{ن^{٢} - ن}}$$

٧ – نقوم بترتيب أفراد عينة البحث (ن = ٢٣) وذلك كالتالى :

جدول (٩ – ٧)

مسلسل	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
١	١,٥	١,٥	١٠,٥
٢	٤,٥	٣	١٦
٣	٦	٤,٥	١٧
٤	٧	٨	١٨,٥
٥	١٠,٥	٩	١٨,٥
٦	١٢	١٤	٢٠
٧	١٣		٢١
٨	١٥		٢٢
٩			٢٣

٨ – حساب مجموع الرتب $ب_1$ = ٦٩,٥

حساب مجموع الرتب $ب_2$ = ٤٠

حساب مجموع الرتب $ب_3$ = ١٦٦,٥

٩ – حساب مجموع القيم المتساوية نجدها = ٤

١٠ – ط = $2^3 - 2 = 6$.

١١ – مجـ ط (أى مجموع الرتب المتساوية فى المجوعات الست

= ٤ × ٦ = ٢٤ .

∴ يمكن حساب القيمة (هـ) كمايلى :

$$هـ = \frac{\frac{12}{23(23+1)} \times \left(\frac{69.5^2}{8} + \frac{40^2}{6} + \frac{166.5^2}{9}\right) - 3(23+1)}{1 - \left(\frac{24}{23^3 - 23}\right)}$$

= ١٣,٨٨

١٢ – بالكشف عن دلالة قيمة هـ وذلك بإستخدام جدول القيم الحرجة لقيمة $كا^2$ عند درجة حرية ن – ١ = ٣ – ٢ = ٢ نجد إنها دالة عند مستوى ٠,٠١ ،معنى ذلك رفض الفرض الصفرى وقبول الفرض البدليل .

أختبار فريدمان للرتب Friedman Test

يستخدم هذا الأختبار لمعرفة دلالة الفروق بين رتب أكثر من مجموعتين مرتبطتين ، وهو يشبه فى ذلك تحليل التباين فى إتجاهين ، ويستخدم فى ذلك البيانات الرتبية بدلاً من بيانات النسبية أو المسافة . وفى هذه الحالة تكون البيانات عبارة عن ترتيب العينة فى عدد من الشروط التجريبية المختلفة .

مثال :

أراد باحث دراسة ظاهرة معينة من خلال أربع طرق تجريبية ، وذلك من خلال البيانات فى الجدول (١٠ – ٧)

جدول (١٠ – ٧)

العينة	المتغيرات التجريبية							
	أ		ب		جـ		د	
	الدرجة	الترتيب	الدرجة	الترتيب	الدرجة	الترتيب	الدرجة	الترتيب
١	٦	٢	٧	٣	١١	٤	٤	١
٢	١٠	٢	١١	٣	١٦	٤	٩	١
٣	٩	٢	١٥	٣	١٦	٤	٨	١
٤	١٨	٤	١٤	٢	١٦	٣	١٢	١
٥	٤	١	٦	٢	٩	٤	٨	٣
٦	٣	١	٦	٣	٧	٤	٥	٢
٧	٤	١	٨	٢	٩	٣	١١	٤
٨	٧	١	٩	٢	١٠	٣	١١	٤

الحل :

١ – ترتيب المفحوصين تصاعدياً من خلال الصفوف ، وليست الأعمدة ، أى كل مفحوص فى المتغيرات التجريبية الأربعة .

٢ – الجدول (١٠ – ٧) تحسب قيمة (س) على النحو التالى :

س = مجـ (ب$_1$ – م ب)^2

حيث أن ب$_1$ = مجموع الرتب فى كل عمود يدل على شروط أو معالجة .

م ب = متوسط مجموع الرتب

س = مجموع مربعات

٣ – إستخدام المعادلة التالية :

كا^{2}ب = $\frac{\text{١٢ س}}{\text{ن ك (ك + ١)}}$

$$٤ - \text{كا}^{٢}\text{ب} = \frac{١٢}{\text{ن ك}(\text{ك} + ١)} \text{مجـ ب}_{١}^{٢} - ٣\,\text{ن}\,(\text{ك} + ١)$$

$$= \frac{١٢}{٨ \times ٤(٤+١)}\left(١٤^{٢} + ٢٠^{٢} + ٢٩^{٢} + ١٧^{٢}\right) - ٣ \times ٨\,(٤ + ١)$$

$$= ٩,٤٥$$

٥ - درجة الحرية = ك - ١ = ٤ - ١ = ٣

٦ - الكشف عن هذه القيمة فى جدول القيم الحرجة لقيم كا^{٢} ، نجد أنها دالة عند مستوى ٠٢, .

٧ - يمكن رفض الفرض الصفرى فى حالة قبول الباحث هذه الدلالة ، ويمكن قبوله إذا كان لايقبل هذه الدلالة .

مصادر الكتاب

السيد محمد خيرى (١٩٦٣) الإحصاء فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية . الطبعة الثالثة . القاهرة : مطبعة دار التأليف.

رمزية الغريب (١٩٧٧) التقويم والقياس النفسى والتربوى ، القاهرة : مكتبة الأنجلو المصرية.

صلاح الدين محمود علام (١٩٩٣) الأساليب الإحصائية الاستدلالية البارامترية واللابارامترية فى تحليل بيانات البحوث النفسية والتربوية . القاهرة : دار الفكر العربى .

فؤاد أبو حطب ، آمال صادق (١٩٩١) مناهج البحث وطرق التحليل الإحصائى فى العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية ، القاهرة : مكتبة الأنجلو المصرية .

فؤاد البهى السيد (١٩٧٩) علم النفس الإحصائى وقياس العقل البشرى . الطبعة الثالثة ، القاهرة : دار الفكر العربى .

مصطفى زيدان (١٩٨٩) الإحصاء ووصف البيانات . الطبعة الثانية . القاهرة : مطبعة خاصة.

مصطفى حسين باهى (١٩٩٩) الإحصاء التطبيقى فى مجال البحوث التربوية والنفسية والاجتماعية والرياضية القاهرة : مركز الكتاب للنشر

يحيى حامد هندام ، محمد الشبراوى على أساسيات الإحصاء فى البحوث الاجتماعية والطبية . القاهرة : مكتبة النصر الحديثة

محتويات الكتاب

محتويات الكتاب



رقم الإيداع : بدار الكتب : ١٥١٩٢ لسنة ٢٠٠١
الترقيم الدولى : I.S.B.N : 977-05-1861-1





٢٤١ (أ) ش الجيش - ميدان الجيش
☎ : ٥٩٢٥٥٤٠ / القاهرة

هذا الكتاب

يُعد هذا الكتاب فى معاملات الارتباط والمقاييس اللامعلمية الذى يقدمه المؤلفان إلى الطلاب الدارسين لمادة الإحصاء وكذا طلاب الدراسات العليا وإلى كل المهتمين بدراسة العلاقات بين المتغيرات سواء معلمية أو لامعلمية والخاصة بجميع مستويات القياس .

وهذا الكتاب هو خلاصة اطلاع وبحث وخبرة المؤلفان فى تدريس الإحصاء لمرحلتى البكالوريوس والدراسات العليا فى بعض الجامعات المصرية وكذا الإشراف على وحدة الإحصاء بمركز الحاسب الآلى بجامعتى المنيا وحلوان .

وهذا الكتاب مرجع علمى لطرق استخدام معاملات الارتباط فى البحوث العلمية كما يقدم طرق إحصائية أخرى لاغنى عنها فى مجال الدراسة والبحث .

وهذا الكتاب يتضمن المفاهيم الأساسية لمعاملات الارتباط وأنسب أسلوب لكل نوع من البيانات المراد معالجتها وتفسيرها مع تقديم مثال تطبيقى ليكون مرشد للباحثين .

وهذا الكتاب يجمع كل التطبيقات العملية المناسبة لهدف وفروض البحث لمحاولة حل هذه المشكلات البحثية .

والله الموفق

مكتبة الأنجلو المصرية